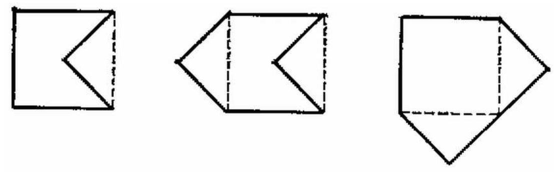
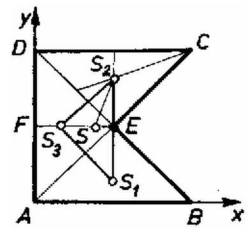


I. megoldás. Szimmetrikus síkidomok súlypontja a szimmetria-középpontban, ill, a szimmetriatengelyen van. Ismeretes továbbá, hogy egy háromszöglemez súlypontja a háromszög geometriai súlypontjában van; és könnyen belátható, hogy ha egy háromszög csúcsaiban egyenlő nagyságú tömegpontokat helyezek el, akkor ezen rendszer súlypontja is a háromszög geometriai súlypontjában van.

Legyen $AB = a$ a négyzet oldala.

a) Az $ABECD$ ötszöget felbontom az ABE, CDE és DAE egybevágó háromszögekre (1. ábra).



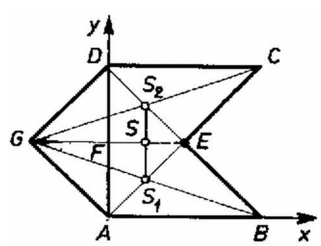
1. ábra

Ezek súlypontjai rendre S_1, S_2, S_3, a súlyvonalaknak az alaphoz közelebb eső harmadolópontjai. Mivel a háromszögek egyenlő területűek, az ötszög S súlypontja megegyezik az $S_1S_2S_3$ háromszög súlypontjával:

$$ES_3 = (2/3)EF; \quad ES = (1/3)ES_3 = a/9.$$

A súlypont az EF szimmetriatengelyen van E-től $a/9$ távolságra.

b) Az $ABECDG$ hatszöget felbontom az $ABEG$ és $ECDG$ egybevágó paralelogrammákra (2. ábra).



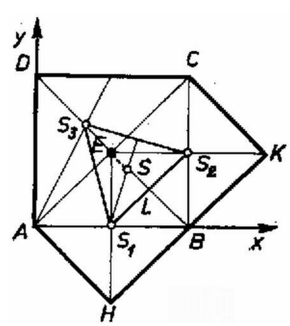
2. ábra

Súlypontjuk, S_1, ill. S_2 az átlók felezőpontja. Mivel egyenlő területűek, a hatszög S súlypontja megegyezik az S_1S_2 szakasz felezőpontjával:

$$ES = (1/2)EF = a/4.$$

A súlypont az EF szimmetriatengelyen van E-től $a/4$ távolságra.

c) Az $AHKCD$ ötszöget felbontom az $AHBE$ és $BKCE$ négyzetekre és az ACD derékszögű háromszögre (3. ábra).



3. ábra

Ezek súlypontjai rendre S_1, S_2, ill. S_3. Mivel a négyzetek és a háromszög területe egyenlő, az ötszög S súlypontja egybeesik az $S_1S_2S_3$ háromszög súlypontjával.

$$ES_3 = \frac{1}{3}ED = \frac{a\sqrt{2}}{6},$$

$$SS_3 = \frac{2}{3}LS_3 = \frac{2}{3}(BE + ES_3 - BL) = \frac{2}{3}\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} + \frac{a\sqrt{2}}{6} - \frac{a\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{5\sqrt{2}a}{18},$$

így

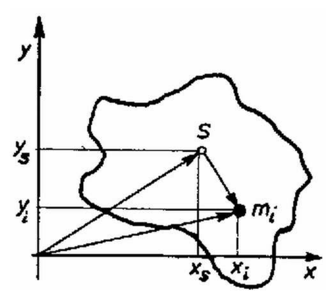
$$ES = SS_3 - ES_3 = \frac{5\sqrt{2}a}{18} - \frac{\sqrt{2}a}{6} = \frac{\sqrt{2}a}{9}.$$

A súlypont a DB szimmetriatengelyen van E-től $\dfrac{a\sqrt{2}}{9}$ távolságra.

Nagy Imre (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Ismeretes, hogy $(x_i,\, y_i)$ koordinátájú m_i tömegpontokból $(i = 1, \ldots, n)$ álló rendszer súlypontjának $(x_s,\, y_s)$ koordinátái (4. ábra) így számíthatók:

$$x_s = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}, \quad y_s = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}.$$



4. ábra

Ezen képletek felhasználásával a síkidomok súlypontjának koordinátáit a következőképpen nyerhetjük. Helyezzük el az egyes síkidomokat az x, y derékszögű koordinátarendszerben úgy, hogy A az origóban; B az x tengely, D pedig az y tengely pozitív felén legyen. Bontsuk föl a szóbanforgó síkidomokat pl. az I. megoldásban leírt módon, és az egyes részeket helyettesítsük olyan tömegponttal, amely a rész súlypontjában van és nagysága számértékileg a síkidom területével egyenlő. Az így adódó pontrendszer súlypontjának koordinátáit számíthatjuk, a fenti képletek segítségével. A súlypontra az egyes esetekben a következőt kapjuk:

$$a)\quad S = \left(\frac{7}{18}a, \quad \frac{1}{2}a\right),$$

$$b)\quad S = \left(\frac{1}{4}a, \quad \frac{1}{2}a\right),$$

$$c)\quad S = \left(\frac{11}{18}a, \quad \frac{7}{18}a\right),$$

Faragó Béla (Csongrád, Batsányi J. Gimn., II. o. t.)