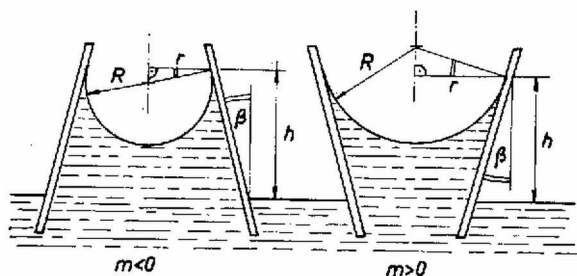


A folyadék  $p_h = h \cdot \gamma$  hidrosztatikai nyomásával a

$$p_g = (2\alpha/R) \cdot \cos \varphi$$

görbületi nyomás tart egyensúlyt, ha  $\varphi$  a folyadék illeszkedési szöge (esetünkben  $\varphi = 0^\circ$ ),  $R$  a felszínre simuló gömb sugara.



1. ábra

Mint az (erősen torzított) 1. ábrából láthatjuk,  $R$  és a kapilláris  $r$  sugara között az

$$R = \frac{r}{\cos \beta} = r\sqrt{1+m^2}.$$

összefüggés áll fenn, mert  $\text{tg } \beta = m$ . Felírva a  $p_g = p_h$  egyensúlyi feltételt, és kihasználva, hogy

$$r = mh + h_0,$$

a  $h$  magasságra másodfokú egyenletet kapunk:

$$m\gamma h^2 + h_0\gamma h - \frac{2\alpha}{\sqrt{1+m^2}} = 0.$$

A megoldás:

$$h_{1,2} = \frac{-h_0\gamma \pm \sqrt{h_0^2\gamma^2 + 8\alpha m\gamma/\sqrt{1+m^2}}}{2m\gamma}.$$

A diszkusszióhoz tüntessük fel  $p_g$  és  $p_h$  értékét mint a magasság függvényét (2. ábra):

$$p_h = h\gamma, \quad p_g = \frac{2\alpha}{(mh + h_0)\sqrt{1+m^2}}.$$

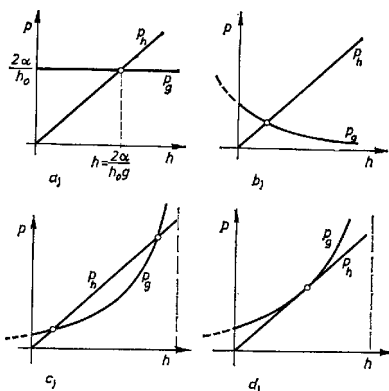
$p_h$  képe egy egyenes,  $p_g$  pedig  $m$  értékétől függően más-más helyzetű hiperbola.

a)  $m = 0$ -nál  $p_g$  hiperbolája egyenessé fajul. A két egyenesnek egy metszéspontja van, a másodfokú egyenletből is elsőfokú lesz,

$$h = \frac{2\alpha}{h_0\gamma}.$$

b)  $m > 0$  esetén a hiperbolának és az egyenesnek  $h > 0$ -nál csak egy metszéspontja van. A másodfokú egyenletnek is csak az egyik gyöke pozitív:

$$h = \frac{\sqrt{h_0^2\gamma^2 + 8\alpha m\gamma/\sqrt{1+m^2}} - h_0\gamma}{2m\gamma}.$$



2. ábra

c)  $m < 0$  esetén az egyenes és a hiperbola általában kétszer metszi egymást, ha azonban

$$d) \frac{m}{\sqrt{1+m^2}} = -\frac{h_0^2 \gamma}{8\alpha},$$

akkor a két metszéspont egybeesik, és ha  $m/\sqrt{1+m^2}$  ennél az értéknél is kisebb, akkor nincs metszéspont.

Az utóbbi esetben a folyadék felszalad a kapilláris tetejéig, és a cső peremét úgy nedvesíti, hogy a kialakuló görbületi nyomás megfelelő legyen.

Gyakorlati szempontból a megoldásban szereplő  $1/\sqrt{1+m^2}$  szorzó elhagyható, mert általában  $m^2 \ll 1$ . Ez az egyszerűsítés az  $R = r$  közelítésnek felel meg.

*Pintér Klára* (Szeged, Ságvári E. Gimn., II. o. t.)

*Megjegyzés.* Vizsgáljuk a stabilitási viszonyokat! A folyadékmagasságot pl. egy kicsit csökkentve, megváltozik a hidrosztatikai és a görbületi nyomás is. Ha a  $p_g - p_h$  eredő nyomás előjele ekkor pozitív, akkor a görbületi nyomás a folyadékszintet az eredeti magasságba húzza vissza, ellenkező esetben az egyensúly instabil.

Ennek alapján mondhatjuk, hogy az  $a)$ ,  $b)$  és a két  $c)$  közül a kisebb  $h$ -hoz tartozó állapot stabil, a  $c)$  eset nagyobb  $h$ -hoz tartozó megoldása instabil. A  $d)$  eset instabil, mert bár lefelé való elmozdításra stabil, a folyadékszintet egy kicsit emelve a folyadék felszalad.

*Szathmári Attila* (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o. t.)