

I. megoldás. t_0 idő alatt a kő $(1/2)gt_0^2$, a lift v_0t_0 utat tesz meg. Tegyük fel, hogy ezalatt a kő nem éri utol a liftet, azaz igaz az

$$(1) \quad s_0 > (g/2)t_0^2 - v_0t_0$$

egyenlőtlenség.

Amikor a kötelet elvágjuk, a kő gt_0 , a lift v_0 sebességgel rendelkezik; az elvágástól mért t idő múlva tehát az általuk megtett út:

$$(2) \quad s_k = (gt_0)t + (1/2)gt^2,$$

$$(3) \quad s_l = v_0t + (1/2)gt^2.$$

Az útkülönbség az időben az

$$(4) \quad s_l - s_k = (v_0 - gt_0)t$$

összefüggésnek megfelelően változik. Ha tehát

$$(5) \quad v_0 \geq gt_0,$$

a távolság közöttük nő vagy nem változik, míg ha $v_0 < gt_0$, a kő utoléri a liftet.

Az (5) egyenlőtlenség egyben magában foglalja az (1) összefüggést is. Amennyiben ugyanis $s_0 > 0$ tetszőleges érték, a $0 > (1/2)gt_0^2 - v_0t_0$, azaz $v_0t_0 > (1/2)gt_0^2$ egyenlőtlenség nyilvánvalóan teljesül, mert $v_0 \geq gt_0$.

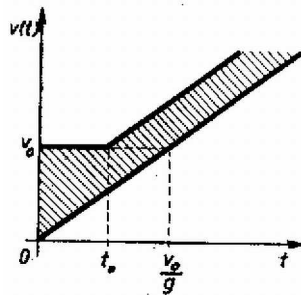
Az ütközés elkerülésének egyedüli feltétele tehát: $v_0 \geq gt_0$.

Fagyas László (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Szemléletes megoldást kapunk, ha elkészítjük az egyes testek sebesség-idő grafikonját. Bármilyen szabadon eső test sebességének függvénye $v(t) = v(0) + gt$ alakú ($v(0)$ a $t = 0$ pillanatbeli sebesség), azaz a $t \rightarrow v(t)$ grafikonon a szabadon eső testek mozgását azonos meredekségű – párhuzamos – egyenesek ábrázolják.

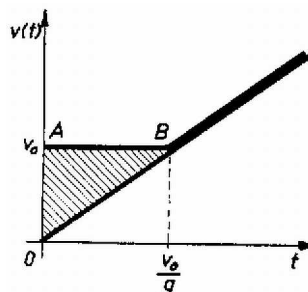
A lift t_0 ideig állandó sebességgel mozog (vízszintes szakasz), majd a $t = t_0$ pillanattól szabadon esik. A $t = 0$ -ban elejtett kő mozgását a $v(t) = gt$ egyenes ábrázolja.

Az 1. ábrán látható, hogy ha $t_0 < v_0/g$, akkora lift sebessége mindig nagyobb a kő sebességénél, a görbe alatti területek különbsége – ami az útkülönbség – mindig pozitív.



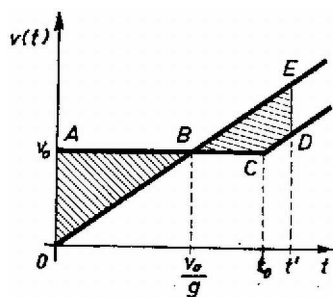
1. ábra

Ha $t_0 = v_0/g$ (2. ábra), akkor a $t = t_0$ pillanattól a sebességek megegyeznek, de az útkülönbség állandó – az OAB háromszög területe + a kezdeti s_0 előny. A kő ekkor sem éri utol a liftet.



2. ábra

A $t_0 > v_0/g$ esetben (3. ábra) a két grafikon metszi egymást, az útkülönbség valamilyen t' idő múlva nullává válik, a kő nekiütközik a liftnek ($T_{BCDE} = T_{OAB} + s_0$).



3. ábra

A grafikonokból kitűnik, hogy miért nem függ a megoldás az s_0 értéktől.

Fodor László (Vác, Sztáron S. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A mozgás tárgyalása történhet út-idő grafikon segítségével is.