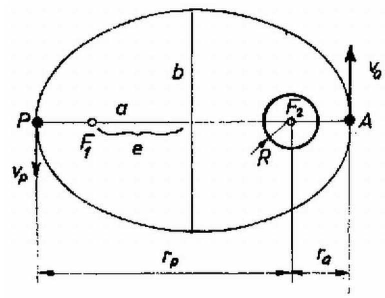
Vezessük be az ábrán látható jelöléseket!



Kepler II. törvénye szerint a Mariner –9 által időegység alatt súrolt terület (h) a pálya bármely pontjában ugyanakkora. Így a Mars-közeli, ill. -távoli pontokban

(1) $$h = (1/2) r_a v_a,$$

(2) $$h = (1/2) r_p v_p.$$

Mivel az ellipszis $ab\pi$ területét T keringési idő alatt súrolja a hold rádiuszvektora, ezért

(3) $$h = \frac{ab\pi}{T}.$$

Az energiamegmaradás tételéből következően a Mariner –9 energiája a pálya bármely két pontjában megegyező. Az A, ill. a P pontokban (egységnyi tömegre):

(4) $$\frac{1}{2}v_a^2 - \frac{\gamma M}{r_a} = \frac{1}{2}v_p^2 - \frac{\gamma M}{r_p}.$$

Az (1) és (2) egyenletekből kifejezett sebességeket helyettesítsük be (4)-be

(5) $$2h^2 = \gamma M \frac{r_a r_p}{r_a + r_p}.$$

Ezek után használjuk fel a területi sebesség (3) alatti kifejezését, ill. az ellipszis adatai közti ismert összefüggéseket:

$$r_a + r_p = 2a, \quad r_a r_p = (a-c)(a+c) = a^2 - c^2 = b^2.$$

(5)-be való helyettesítés és rendezés után

(6) $$a = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}}.$$

A numerikus értékek ($y = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3/s^2\,kg}$, $M = 6{,}4 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$, $T = 45\,420\,\mathrm{s}$) behelyettesítése után a nagytengely felére $a = 13\,050\,\mathrm{km}$ adódik.

A Mariner –9-nek a Mars felszínétől mért legnagyobb távolsága

(7) $$r_{\max} = 2a - r_a - R.$$

Mivel $r_a = 4720\,\mathrm{km}$, $R = 3340\,\mathrm{km}$, $2a = 26\,100\,\mathrm{km}$, a kérdéses távolság
$r_{\max} = 18\,040\,\mathrm{km}$.

Mester Tamás (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o. t.)