A feladatot általánosan oldjuk meg; bebizonyítjuk, hogy egy több részecskéből álló rendszer (pontrendszer) tömegközéppontjának gyorsulását az

$$\mathbf{F} = M \cdot \mathbf{a}$$

összefüggés határozza meg, ahol M a pontrendszert alkotó tömegek összege, $\mathbf{F}$ pedig az egyes részecskékre ható külső erők vektoros összege. Esetünkben a pontrendszer a doboz és a benne mozgó golyó részecskéink összessége, külső hatás a dobozt húzó erő (amely nem a doboz egyetlen atomjára koncentrálódik, hanem eloszlik több alkotórész között). A fenti összefüggés azért nagyon hasznos, mert nem szerepelnek benne az ún. belső erők, azaz a pontrendszer részei között fellépő hatások. Ilyen ismeretlen belső erők például a doboz részecskéi között ható elektromos és kvantummechanikai erők, valamint a pattogó golyó ütközésekor fellépő kölcsönhatás.

A bizonyításhoz a három Newton törvényt használjuk fel. Az első törvény meghatározza a koordinátarendszert, amelyben a jelenséget leírjuk, és amelyhez képest a gyorsulást mérni kell. Ha a doboz egy súrlódásmentes asztallapon van, akkor választhatjuk vonatkoztatási rendszernek az asztallapot, mert ehhez képest valóban minden test megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenesvonalú egyenletes mozgását, ha más testek nem hatnak rá.

Newton II. törvénye szerint egy m_1 tömegű tömegpont $\mathbf{a}_i$ gyorsulását

$$\mathbf{P}_1 = m_1 \cdot \mathbf{a}_1$$

egyenlet határozza meg, ahol $\mathbf{P}_1$ a tömegpontra ható erők eredője. Ha több pontból álló rendszert vizsgálunk, akkor a $\mathbf{P}_1$ erőt célszerű módon

$$\mathbf{P}_t = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \ldots + \mathbf{F}_{1n} + \mathbf{F}_1$$

alakban bontjuk fel, ahol a kétindexes erők a pontrendszer többi alkotójától származnak (a második index mutatja meg, hogy melyiktől? tehát pl. $\mathbf{F}_{14}$ a negyedik tömegpontnak az elsőre gyakorolt hatása), F_1 pedig a külső erők eredője. Behelyettesítve

$$m_1\mathbf{a}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \ldots + \mathbf{F}_{1n} + \mathbf{F}_1.$$

Hasonló egyenlet igaz a második, harmadik, ... n-edik tömegpontra is:

$$\begin{aligned}
m_2\mathbf{a}_2 &= \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{23} + \ldots + \mathbf{F}_{2n} + \mathbf{F}_2,\\
m_3\mathbf{a}_3 &= \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{32} + \ldots + \mathbf{F}_{3n} + \mathbf{F}_3.\\
&\ldots\\
m_n\mathbf{a}_n &= \mathbf{F}_{n1} + \mathbf{F}_{n2} + \ldots + \mathbf{F}_{n,n} + \mathbf{F}_n.
\end{aligned}$$

Adjuk össze az n darab egyenletet, és használjuk fel, hogy a III. törvény szerint

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}; \mathbf{F}_{13} = -\mathbf{F}_{31}; \ldots$$

Kapjuk, hogy

$$m_1a_1 + m_2a_2 + \ldots + m_na_n = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n.$$

Másrészt a tömegközéppont koordinátája definíció szerint

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}_1m_1 + \mathbf{x}_2m_2 + \ldots + \mathbf{x}_nm_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

és ezért gyorsulása

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{a}_1m_1 + \mathbf{a}_2m_2 + \ldots + \mathbf{a}_nm_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

Ezt átrendezve és helyettesítve, az

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n$$

jelöléssel kapjuk:

$$\mathbf{F} = (m_1 + m_2 + \ldots + m_n)a,$$

amit bizonyítani akartunk.

A feladatban a pontrendszer teljes tömege (a feladat jelöléseivel) $m+m_1$. A külső erők összege az általunk kifejtett erő. Ha a doboz tömege sokkal nagyobb a golyó tömegénél, akkor a tömegközéppont gyorsulása egyenlő a doboz gyorsulásával. Így a szükséges erő

$$\mathbf{F} = (m + m_1)\mathbf{a}.$$

A levezetésben nem használtuk fel, hogy a golyó a dobozon belül milyen mozgást végez, ezért a kapott eredmény mindkét esetben érvényes.