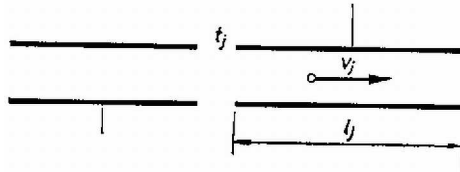


A lineáris gyorsító egymás utáni csövekből áll, amelyek felváltva vannak egy nagyfeszültségű váltakozó feszültségforrás egy-egy sarkára kötve. A töltött részecskék a csövekben állandó sebességgel haladnak, sebességük csak a csövek között változik az elektromos tér hatására. Akkor a leghatásosabb a gyorsítás, ha a csövek végén a részecske mindig a legnagyobb gyorsító feszültséggel találja magát szemben, azaz ha a csövek olyan hosszúak, hogy az egyik cső végétől a következő végéig a részecske félpériódusnyi idő alatt jut el. Az ábra jelöléseivel (t_j a csövek között töltött idő, f a feszültség frekvenciája):



$$(1) \quad (l_j/v_j) + t_j = 1/2f.$$

A csövek között létrejövő sebességváltozást akkor tudjuk könnyen számolni, ha az átrepülés során a feszültség állandónak tekinthető, azaz

$$(2) \quad t_j \ll 1/2f.$$

Ezt úgy valósíthatjuk meg, hogy a csöveket egymáshoz a lehető legközelebb tesszük. Ekkor a részecske mozgási energiája minden gyorsításnál qU -val növekszik. Ha a részecske kezdősebesség nélkül indult, akkor a j -edik csőben (j -szeri gyorsítás után)

$$(3) \quad mv_j^2/2 = jqU.$$

Az (1) és a (3) összefüggésekből már kiszámíthatjuk a sebességeket és a csövek hosszát, ha (2) feltételnek megfelelően t_j -t elhanyagoljuk $1/2f$ mellett.

$$(4) \quad v_j = \sqrt{\frac{2jqU}{m}} = v_1\sqrt{j}, \quad l_j = \frac{1}{2f}v_j = l_1\sqrt{j}$$

A feladat számértékeivel:

$$l_1 = 0,99 \text{ m}, \quad v_1 = 5,97 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Győri József (Debrecen, Református Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Az elektron már az első csőben is a fénysebesség egyötödével egyenlő sebességgel halad. Ezért az első néhány csőtől eltekintve helyes, ha a relativisztikus energiakifejezést használjuk. A (3) egyenlet most így módosul:

$$(5) \quad \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v_j^2/c^2}} - mc^2 = jqU.$$

Ebből v_j -t kifejezve:

$$(6) \quad v_j = c \frac{\sqrt{jqU}}{jqU + mc^2} \cdot \sqrt{jqU + 2mc^2}.$$

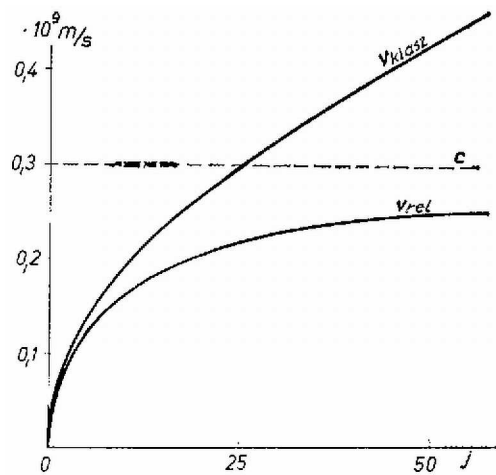
Hasonlítsuk ezt össze az előző eredménnyel. Az első néhány csőre közelítőleg ugyanakkora sebességet kapunk, mint a (4) kifejezésből. Azonban amíg (4) tetszőlegesen nagy végsebességet megengedett, addig most

$$v_j < c.$$

(Hiszen mc^2 elhagyásával a tört értéke növekedett.) A részecske nem gyorsulhat a fénysebességnél nagyobb sebességre, bár elég sok csövet használva, tetszőlegesen megközelítheti azt. E határesetben a csövek hossza

$$c/2f = 5 \text{ m}.$$

Mindezt jól szemlélteti a mellékelt grafikon és a táblázat, amelyben néhány, a feladat adataival klasszikusan, ill. relativisztikusan számolt sebességértéket hasonlítunk össze. (Az adatokat Prőhle Péter számítógéppel nyerte.)



j	$v_{\text{klassz. m/s}}$	$v_{\text{rel. m/s}}$
1	$0,0597 \cdot 10^9$	$0,0588 \cdot 10^9$
25	$0,2986 \cdot 10^9$	$0,2230 \cdot 10^9$
50	$0,4223 \cdot 10^9$	$0,2593 \cdot 10^9$

Bóc István (Bp., Apáczai Csere J.Gyak. Gimn., N. o. t.)
Próhle Péter (Bp., Fazekas M.Gyak. Gimn., III. o. t.)