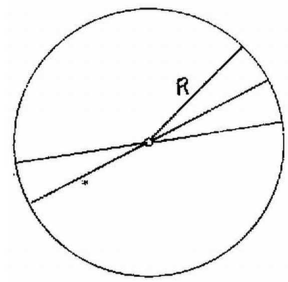
I. megoldás. Az asztalra helyezett korong mozgását csak a súrlódási erő befolyásolja. A súrlódási erőről tudjuk, hogy a testek érintkezési felületének minden pontján hat és haladó mozgást végző test esetén az iránya a sebességgel ellentétes, nagysága pedig a felületeket összenyomó erővel arányos.

Egy összetett mozgást végző test esetén úgy járunk el, hogy a testet kicsiny darabokra osztjuk, amelyekre már az előzőek alapján a súrlódási erőt ki tudjuk számítani.

Kezdetben a korong súlypontjának a sebessége nulla. A korong átellenes pontjaiban ható súrlódási erők csak abban különböznek, hogy irányuk, a sebességeknek megfelelően, ellentétes. Így a súrlódási erők eredője nulla, s a korong súlypontja mindvégig helyben marad, a korong csak forogni fog.

Ennek leírásához a súrlódási erők forgatónyomatékát kell meghatároznunk. Osszuk fel (az 1. ábra szerint) a korongot n db azonos cikkre.



1. ábra

Ha n elég nagy, akkor egy kiszemelt cikken belül a sebesség, s így a súrlódási erő minden pontban azonos irányúnak vehető. A cikk egyes pontjaiban ható súrlódási erők eredője hasonlóképpen nyerhető, mint a nehézségi erők eredője: az eredő a cikk súlypontjában ható, a sugárra merőleges irányú, a síkban ható $\mu(m/n)\cdot g$ nagyságú erő. Ha n elég nagy, akkor egy cikk jó közelítéssel egy R magasságú egyenlőszárú háromszögnek tekinthető, ennek súlypontja pedig $(2/3)R$ távolságra van a korong tengelyétől. Így, ha a forgásirányt vesszük pozitív iránynak, a súrlódási erők forgatónyomatéka egy kiszemelt cikkre nézve:

$$M_n = -(2/3)\mu(m/n)\cdot g\cdot R,$$

az egész korongra pedig

$$M = -(2/3)\mu mgR.$$

A továbbiakban a gyorsuló forgómozgás egyenleteit használjuk. A korong szöggyorsulása

$$\beta = \frac{M}{\Theta} = \frac{-(2/3)\mu mgR}{(1/2)mR^2} = -(4/3)\mu g/R.$$

Megálláskor a korong szögsebessége zérus:

$$0 = \omega_0 + \beta t,$$

tehát a megállásig

$$t = \frac{3}{4}\,\frac{\omega_0 R}{\mu g}$$

idő telik el. Ezalatt a korong

$$n = \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\left[\omega_0 t + (\beta/2)t^2\right] = \frac{3}{16\pi}\cdot\frac{\omega_0^2 R}{\mu g}$$

fordulatot tesz meg.

A súrlódási erőnek a lefékezés közben végzett munkája a mozgási energia megváltozásával, azaz a teljes kezdeti mozgási energiával egyenlő:

$$W = (1/2)\Theta\omega_0^2 = (1/4)mR^2\omega_0^2.$$

A súrlódási erő átlagteljesítménye

$$P_{\text{átl}} = W/t = (1/3)\mu mgR\omega_0.$$

A pillanatnyi teljesítményt a

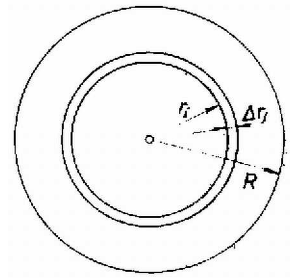
$$P = M\omega$$

összefüggés segítségével számolhatjuk:

$$P = (2/3)\mu mgR\big[\omega_0 - (4/3)\mu g/R\cdot t\big].$$

Kovács Imre (Kaposvár, Ált. Gépipari Szakközépisk. III. o. t.)

II. megoldás. A súrlódási erők forgatónyomatékát másképpen is számolhatjuk. Osszuk föl a korongot koncentrikus gyűrűkre,



2. ábra

Ha a gyűrűk Δr_i vastagsága elég kicsi, akkor egy kiszemelt gyűrűre ható forgatónyomaték számításakor figyelmen kívül hagyhatjuk azt a tényt, hogy a korong tengelyétől távolabb egyre nagyobb érintkező felületek vannak. Így az i-edik gyűrűre ható forgatónyomaték

$$M_i = -\mu m_i g r_i,$$

ahol m_i a gyűrű tömege. Egyenletes sűrűség esetén a tömegek aránya egyenlő a felületek arányával, azaz:

$$\frac{m_i}{m} = \frac{2\pi\left(r_i + \dfrac{\Delta r_i}{2}\right)\Delta r_i}{\pi R^2}$$

$\Delta r_i - t$ r_i mellett elhanyagoljuk, s így a forgatónyomaték közelítőleg

$$M \approx \sum_i M_i = -\frac{2\mu g m}{R^2}\sum_i r_i^2 \Delta r_i$$

alakban írható. A közelítés annál jobb, minél vékonyabb gyűrűket veszünk. A pontos értéket akkor kapjuk, ha a közelítő összeg határértékét vesszük, ezért M határozott integrállal számolható:

$$M = -\frac{2\mu g m}{R^2}\int_0^R r^2 dr = -\frac{2}{3}\mu g m R.$$

Tarjányi László (Kecskemét, Katona J. Gimn., IV. o. t.)