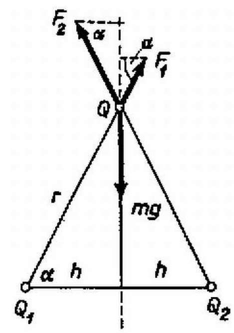
Egyensúly esetén a Q_1 és Q_2 töltések által a P töltésű gömbre kifejtett F_1 és F_2 erők függőleges komponenseinek összege egyenlő a Q töltésű test súlyával.



1. ábra

Legyen $QQ_1Q_2\sphericalangle = \alpha$ (1. ábra), ekkor az 1. ábra jelöléseivel:

$$F_1 = kQQ_1/r^2 = (kQQ_1 \cos^2 \alpha)/h^2,$$
$$F_2 = kQQ_2)/r^2 = (kQQ_2 \cos^2 \alpha)/h^2.$$

Az egyensúly feltétele:

$$F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \alpha = \left[kQ(Q_1+Q_2) \cos^2 \alpha \sin \alpha\right]/h^2 = mg.$$

Azonos átalakítás után

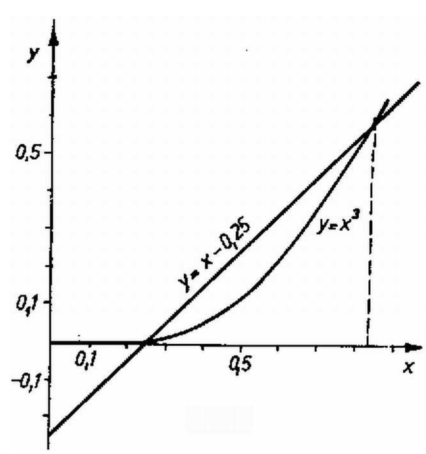
$$\sin^3 \alpha - \sin \alpha + \frac{mgh^2}{kQ(Q_1+Q_2)} = 0.$$

Bevezetve az $x = \sin \alpha$ jelölést, a numerikus adatok behelyettesítése után az

$$x^3 = x - (1/4)$$

egyenletet kapjuk.

Az $y = x^3$ és $y = x - 0{,}25$ függvényeket ábrázolva (2. ábra) milliméterpapíron, leolvashatók a gyökök közelítő értékei, amelyeket pl. intervallumfelezéssel tetszőleges pontossággal meghatározhatunk.



2. ábra

Az egyenlet pozitív gyökei:

$$x_1 = 0{,}838; \quad x_2 = 0{,}269.$$

Innen $\alpha_1 \approx 57^\circ$ és $\alpha_2 \approx 16^\circ$ adódik egyensúlyi helyzetnek.

Az $\alpha \approx 57^\circ$-os egyensúlyi helyzet stabilis, mert a golyót felfelé, ill. lefelé kimozdítva az elektrosztatikus erő kisebb, ill. nagyobb lesz a súlyerőnél, tehát az eredő lefelé, ill. felfelé mutat és visszaviszi a golyót eredeti helyzetébe. A másik egyensúlyi helyzet labilis, mert itt kimozdítva a golyót, arra olyan erő hat, amely a kitérést növelni igyekszik.

Főző Csaba (Sopron, József A. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A golyó egyensúlyban van azon α szöggel jellemzett helyzetekben, ahol az

$$E(\alpha) = mgh \operatorname{tg} \alpha + \frac{kQ(Q_1+Q_2)}{h} \cos \alpha$$

potenciális energiafüggvénynek helyi szélsőértéke van. A maximum labilis, a minimum stabilis egyensúlyi helyzetet jelent.

A $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ feltétel most is ugyanarra a $\sin\,\alpha$-ban harmadfokú egyenletre vezet, mint az előbb az erők egyensúlyának vizsgálata.

Biró Tamás (Bp., Berzsenyi D. Gimn., III. o. t.)