

Felhasználjuk, hogy d falvastagságú, E rugalmassági modulusú gömb belsejében levő gáz nyomását Δp -vel növelve a gömb R_0 sugara ΔR -rel nő, miközben a gömb falában rugalmas feszültség ébred. Az 1054. feladatban megmutattuk, hogy

$$(1) \quad \Delta p = \frac{2Ed\Delta R}{R_0(R_0 + \Delta R)}.$$

A feszítetlen állapotában R_0 sugarú gömbbe p_1 nyomású levegőt fújunk $T_1 = 273$ °K hőmérsékleten és p_0 külső nyomáson; ekkor $\Delta p_1 = p_1 - p_0$ nyomáskülönbség hatására a gömb sugara R_1 -re nő:

$$(2) \quad \Delta p_1 = \frac{2Ed(R_1 - R_0)}{R_0 R_1} = \frac{2Ed}{R_0} - \frac{2Ed}{R_1}.$$

Ha a hőmérsékletet T_2 -re emeljük, akkor a bezárt levegő nyomása p_2 lesz, a gumiban megnő a feszültség, és feszültségi állapota olyan lesz, mintha $R^* = R_0(1 + \alpha\Delta T)$ sugarú állapotából jutott volna p_2 nyomású és T_2 hőmérsékletű levegő befúvásával R_1 sugarú állapotába. Az (1) összefüggést alkalmazva

$$(3) \quad p_2 - p_0 = 2Ed \frac{R_1 - R_0(1 + \alpha\Delta T)}{R_1 R_0(1 + \alpha\Delta T)} = \frac{2Ed}{R_0(1 + \alpha\Delta T)} - \frac{2Ed}{R_1}.$$

Mivel a levegő térfogata a kezdeti és végállapotban egyenlő, azért

$$(4) \quad p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{és} \quad p_2 - p_1 = p_1 \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Kivonva (3)-ból (2)-t és felhasználva (4)-et

$$(5) \quad p_2 - p_1 = -\frac{2Ed}{R_0} \cdot \frac{\alpha\Delta T}{1 + \alpha\Delta T} = p_1 \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Továbbá (2)-ből

$$\frac{2Ed}{R_0} = p_1 - p_0 + \frac{2Ed}{R_1},$$

amit (5)-be helyettesítve, rendezés után

$$p_1 = \frac{\left(p_0 - \frac{2Ed}{R_1}\right) \alpha T_1}{1 + \alpha T_2}.$$

A feladatnak csak R_1 olyan értéke esetén van megoldása, ha $p_1 \geq p_0$; más esetben nem beszélhetünk levegőbefúvásról. Az $1/T_2 > -\alpha$ józan feltevással élve a fenti egyenlőtlenségből

$$R_1 \leq \frac{2dE}{p_0} \frac{-\alpha T_1}{1 + \alpha(T_2 - T_1)} = R_{\text{krit}}.$$

Numerikusan ($d = 2$ mm; $T_1 = 273$ °K; $T_2 = 333$ °K; $p_0 = 1,033 \cdot 10^{-2}$ kpcmm⁻²; $E = 3,5$ kpcmm⁻²; $\alpha = -8 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹ a kritikus sugár $R_{\text{krit}} = 29,74$ mm. Legyen $R_1 = 28$ mm, ekkor

$$p_1 = 1,098 \text{ kpcmm}^{-2}.$$

Bari Ferenc (Csongrád, Batsányi J. Gimn., III. o. t.)
és *Lukács Gábor* (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján