

A feladat szempontjából három eset lehetséges.

1. A golyó a doboz alján gurul és így csak az oldalfalakba ütközik. Ebben az esetben a mérleg nyilvánvalóan mutatja a golyó súlyát is.

2. A golyó az alaplapon pattog, de nem éri el a fedőlapot. Tegyük fel, hogy a doboz tömege lényegesen nagyobb a golyócska tömegénél. Ebben az esetben egy pattanás során a golyó impulzusváltozása $\Delta I = 2mv_{0y}$, ahol m a golyó tömege, v_{0y} a sebességének a függőleges összetevője közvetlenül a pattanás előtt. Két pattanás között $2v_{0y}/g$ idő telik el, tehát időegység alatt $g/2v_{0y}$ pattanás zajlik le. Ennek megfelelően az időegység alatt a doboznak átadott impulzus $2mv_{0y} \cdot g/2v_{0y} = mg$. Ez egyben a dobozra ható erő átlagértéke, így a mérleg méri a golyó súlyát is.

3. A golyó pattogása során a fedőlappal is ütközik. Az alsó lapon $\Delta I_1 = 2mv_{2y}$, a felső lapon $\Delta I_2 = 2mv_{2y}$ a golyó impulzusváltozása, így egy „periódus” alatt a doboznak átadott impulzus $\Delta I = 2m(v_{1y} - v_{2y})$. Egy periódus ideje $2(v_{1y} - v_{2y})/g$, időegység alatt $g/2(v_{1y} - v_{2y})$ ütközéspár zajlik le, tehát a dobozra ható függőleges erő időátlaga $2m(v_{1y} - v_{2y}) \cdot g/[2(v_{1y} - v_{2y})] = mg$.

Számításaink során nem vettük figyelembe, hogy a golyó közben az oldalfalaknak is ütközik. Ezt megtehetjük, mert az oldalfalakon való ütközés során a dobozra csak vízszintes irányú erő hat, amely nem befolyásolja a mérleg állását, és ezen ütközések során a golyó függőleges sebessége nem változik.

Nagy László (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Kapott eredményünk sokkal általánosabb körülmények között is igaz. Ezt ilyen jellegű számolással nehéz belátni. (Gondoljunk arra, hogy milyen nehéz lenne a golyó mozgását nyomon követni, ha a falak között lennének ferdek is!) Más módszerrel viszont elég könnyen célhoz érhetünk. Tegyük fel, hogy egy tetszőleges alakú dobozban tetszőleges számú, tömegű és alakú test mozog. Ezek a testek csatolva is lehetnek, azaz köztük különböző erők is hathatnak. A rendszer elemei és a doboz fala közötti ütközésekről nem teszünk fel semmit, csak azt, hogy a rendszer összes energiája mindig egy véges E érték alatt marad. Ebben az esetben biztosak lehetünk abban, hogy a rögzítettnek feltételezett dobozra a bezárt rendszer által kifejtett erő elég hosszú időre számolt átlaga $m \cdot g$, ahol m a rendszer teljes tömege. Számoljuk az átlagot t időre! Ez alatt a rendszer impulzusváltozása $m \cdot g \cdot t - \sum \mathbf{I}$, ahol $\sum \mathbf{I}$ a t idő alatt a doboznak átadott összes impulzus. Ha $\mathbf{I}(t)$ -vel jelöljük a rendszer impulzusát a t időpillanatban, akkor

$$m \cdot g \cdot t - \sum \mathbf{I} = \mathbf{I}(t) - \mathbf{I}(0), \quad \text{így}$$

$$|m \cdot g \cdot t - \sum \mathbf{I}| \leq |\mathbf{I}(t)| + |\mathbf{I}(0)|.$$

Becsüljük felül $|\mathbf{I}(t)|$ -t!

$$|\mathbf{I}(t)| = \left| \sum m_j \mathbf{v}_j \right| = |m \mathbf{v}_{\text{TK}}| = \sqrt{2m} \cdot \sqrt{(1/2)mv_{\text{TK}}^2} =$$

$$= \sqrt{2m(W_{\text{kin}} - W_{\text{kin}}^{\text{TK}})} \leq \sqrt{2mW_{\text{kin}}} \leq \sqrt{2mE}$$

(lásd az 1050. feladat megjegyzését).

Tehát

$$\left| mgt - \sum \mathbf{I} \right| \leq |\mathbf{I}(0)| + \sqrt{2mE},$$

$$\left| mg - \frac{\sum \mathbf{I}}{t} \right| \leq \frac{I_0 + \sqrt{2mE}}{t}.$$

Ha t -t elég nagyra választjuk, az egyenlőtlenség jobb oldala tetszőlegesen kicsi lehet, így nagy t esetén

$$F_{\text{át1}} = \frac{\sum \mathbf{I}}{t} = mg.$$