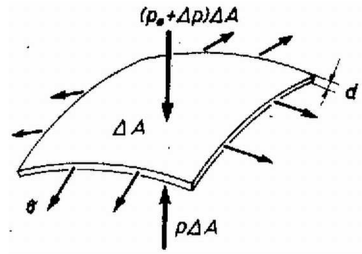
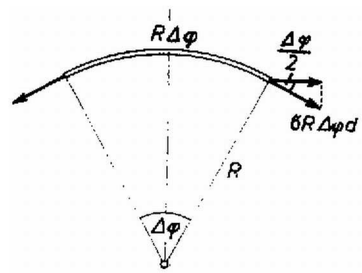
Ha az R_0 sugarú léggömböt bevisszük a csarnokba, akkor sugara R-re változik; a gáz nyomása p_0-ról p-re nő. A gumi egy $d \cdot \Delta A = d(R\Delta\varphi)^2$ térfogatelemének (1–2, ábra) egyensúlyából: $p = p_0 + \Delta p$, ahol Δp a gumiban ébredt $\sigma = E\varepsilon = E\,\dfrac{R - R_0}{R_0}$ feszültségből származó nyomás.



1. ábra



2. ábra

A térfogatelem $dR\Delta\varphi$ oldallapjára $\sigma dR\Delta\varphi$ erő hat, amelynek radiális irányú komponense (2. ábra) $\sigma dR\Delta\varphi \cdot \sin\dfrac{\Delta\varphi}{2} \approx \sigma dR\Delta\varphi \cdot \dfrac{\Delta\varphi}{2}$; mivel a térfogatelem minden oldalára ilyen erő hat, ezért

$$\Delta p = \frac{4\,\sigma dR(\Delta\varphi)^2 \cdot (1/2)}{(R\Delta\varphi)^2} = \frac{2Ed}{R_0} \cdot \frac{R - R_0}{R}.$$

Ha a hőmérséklet T_0-ról T_1-re nő, akkor a hidrogénre felírva az egyesített gáztörvényt

$$\frac{p_0 4R_0^3\pi}{3T_0} = \frac{(p_0 + \Delta p)4R^3\pi}{3T_1}$$

adódik, ahová a Δp-re kapott kifejezést behelyettesítve az alábbi egyenletet kapjuk R-re:

$$0 = \left(p_0 + \frac{2Ed}{R_0}\right) R^3 - 2EdR^2 - p_0 R_0^3 \frac{T_1}{T_0}.$$

Ennek az egyenletnek a feladat szempontjából szóba jöhető gyöke számadataink esetén ($R_0 = 100$ cm, $p_0 = 1{,}033$ kpcm^{-2}, $T_0 = 263$ °K, $T_1 = 304$ °K, $d = 10^{-2}$ cm, $E = 225$ kpcm^{-2}):

$$R = 104{,}9 \text{ cm}.$$

Normál nyomáson (p_n) és hőmérsékleten (T_n) a levegő sűrűsége ϱ_n; p_n nyomáson és T hőmérsékleten $\varrho = \varrho_n T_n / T$. T_0 hőmérsékleten a léggömb G súlya, a K kötélerő és a $\varrho_0(4/3)R_0^3\pi g$ felhajtóerő egyensúlyt tart:

$$G = \varrho_0 \frac{4}{3} R_0^3 \pi g - K = \varrho_n \frac{T_n}{T_0} \frac{4}{3} R_0^3 \pi g - K.$$

A ballon bevitele után közvetlenül a rá ható felhajtóerő

$$F_1 = \varrho_n \frac{T_n}{T_1} \frac{4}{3} R^3 \pi g,$$

a termodinamikai egyensúly beállta után

$$F_2 = \varrho_n \frac{T_n}{T_1} \frac{4}{3} R^3 \pi g.$$

Esetünkben $G = 5{,}122$ kp, $F_1 = 4{,}864$ kp, $F_2 = 5{,}615$ kp, azaz $F_1 < G$ és $F_2 > G$, tehát a léggömb először süllyedni kezd, majd utána emelkedik.

Ha K függőlegesen felfelé mutat (a T_0 hőmérsékletű környezetben a léggömb felülről van rögzítve), akkor $G = \varrho_n \frac{T_n}{T_0} \frac{4}{3} R_0^3 \pi g + K$, azaz $G = 6{,}122$ kp, s így $F_1 > G$, $F_2 < G$ miatt a léggömb süllyedni fog a csarnokban elengedés után.

A folyamat során a hidrogén nyomása a léggömb r sugarának függvényében:

$$p = p_0 + \frac{2Ed}{R_0} \cdot \frac{r - R_0}{r}.$$

A termodinamika 1. főtétele alapján a gáz által felvett hőmennyiség:

$$Q = \Delta U + \int\limits_{V_n}^{V_1} p dV = mc_v(T_1 - T_0) + \int\limits_{R_0}^{R} \left[p_0 + \frac{2ED}{R_0} \left(1 - \frac{R_0}{r} \right) \right] 4r^2 \pi dr =$$

$$= p_0 V_0 \frac{Mc_v}{R^*} \cdot \frac{T_1 - T_0}{T_0} + 4\pi \left(p_0 + \frac{2Ed}{R_0} \right) \frac{R^3 - R_0^3}{3} - ED4\pi(R^2 - R_0^2) =$$

$$= \frac{5}{2} p_0 \frac{4R_0^3 \pi}{3} \cdot \frac{T_1 - T_0}{T_0} + 4\pi \left(p_0 + \frac{2Ed}{R_0} \right) \frac{R^3 - R_0^3}{3} - Ed4\pi(R^2 - R_0^2).$$

Felhasználtuk, hogy

$p_0 V_0 = \frac{m}{M} R^* T_0$, ahol m a hidrogén tömege, M a mólnyi tömege, R^* az egyetemes gázállandó. Mivel a hidrogén kétatomos gáz, azért $\frac{Mc_v}{R^*} \approx \frac{5}{2}$ (c_v a H_2 fajhője állandó térfogaton).

Számszerűen

$$Q = 55{,}14 \text{ kcal}.$$

Megjegyzés. Több megoldó a tényleges tágulási folyamat helyett valamilyen más (pl. egy izochor és egy izobár részfolyamatból állt) folyamatot tekintett és abban számolta ki a gáz által felvett hőt. Így nem adódott helyes eredmény, mert a hőmennyiség nem állapotfüggvény, függ attól, hogy a rendszer milyen folyamat révén jutott egyik állapotból a másikba. Elég jó közelítés viszont, ha a folyamatot a nyomás p_0-hoz képest kicsiny megváltozása miatt izobárnak tekintjük ($Q = c_p m \,\Delta T$).