A téglára a súlyerő, a lejtő $K = mg\cos\alpha$ nagyságú nyomóereje és az adott $F$ erő hat. E három erő eredőjének abszolút értéke:

$$F_e = \sqrt{(mg\sin\alpha)^2 + F^2},$$

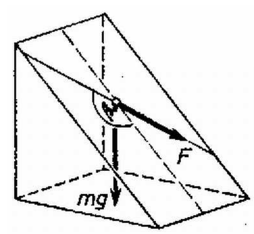
mivel az első két erő vektori összege lejtő irányú, nagysága: $mg\sin\alpha$. Nyugalmi helyzetben ezzel tart egyensúlyt a súrlódási erő, amelynek nagysága $S \le \mu N$, ahol $N$ a felületre merőleges nyomóerő abszolút értéke. Az egyensúly feltétele: $F_e = S \le \mu N$, azaz

$$\sqrt{(mg\sin\alpha)^2 + F^2} \le \mu mg\cos\alpha, \text{ ahonnan}$$

$$F \le mg\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}.$$

A maximális $F$ erőt az egyenlőség határozza meg. A fentiekből az is látható, hogy a kívánt egyensúlyt megvalósító $F$ létezéséhez szükséges feltétel: $\mu \ge \operatorname{tg}\alpha$, azaz, hogy a tégla a külső erőtől függetlenül nem kezd el csúszni.

Általánosabb esetben hasson az $F$ erő a lejtő síkjában, és legyen az esésvonallal bezárt szöge $\beta$ (1. ábra).




*1. ábra*

A mozgatóerők eredője a cosinus tétel segítségével számítható:

$$F_e = \sqrt{F^2 + (mg\sin\alpha)^2 - 2\,F\,mg\sin\alpha\cos\alpha}.$$

A felületeket összenyomó erő továbbra is $N = mg\cos\alpha$ nagyságú. Az egyensúly feltétele: $F_e \le \mu N$. $F_e$ és $N$ értékét behelyettesítve, négyzetreemeléssel kapjuk, hogy az egyensúly feltétele:

$$F^2 - 2\,Fmg\sin\alpha\cos\beta + m^2g^2\,(\sin^2\alpha - \mu^2\cos^2\alpha) \le 0.$$

A kapott egyenlőtlenség bal oldalán az $F$ változó másodfokú függvénye áll, amelynek képe parabola, s a függvény grafikonja az

$$F_{1,2} = mg\Big[\sin\alpha\cos\beta \pm \sqrt{\sin^2\alpha\cos^2\beta + (\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}\Big]$$

pontokban metszi az $F$ tengelyt. Ezért az egyensúly feltétele:

$$mg\Big[\sin\alpha\cos\beta - \sqrt{\sin^2\alpha\cos^2\beta + (\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)}\Big] \le$$

$$\le F \le mg\Big[\sin\alpha\cos\beta + \sqrt{\sin^2\alpha\cos^2\beta + (\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)}\Big].$$

(Természetesen $0 \le F$.) Ahhoz, hogy ilyen $F$ létezzék, az szükséges, hogy

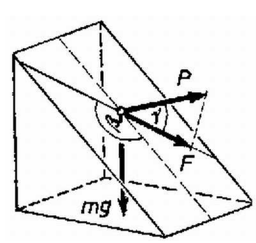
$$\sin^2\alpha\cos^2\beta + \mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha \ge 0, \text{ azaz}$$

$$\mu \ge \operatorname{tg}\alpha\,|\sin\beta|$$

legyen. A maximális erő

$$F = mg\Big[\sin\alpha\cos\beta + \sqrt{\sin^2\alpha\cos^2\beta + (\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)}\Big].$$

Tetszőleges $P$ térbeli erőnél jelölje $\gamma$ a lejtő síkja és az erő lejtőre eső vetülete, $\beta$ a vetület és az esésvonal közti szöget (2. ábra).




*2. ábra*

Ilyen jelölések mellett a megoldás ugyanúgy adódik, mint az előző esetben, ha $F$ a lejtő síkjába eső komponenssel egyenlő ($F = P\cos\gamma$), és a megváltozott $N = mg\cos\alpha - P\sin\gamma$ nyomóerővel számolunk.

*Kovács Imre* (Kaposvár, Ált. Gépip. Techn. és Szakközépisk., II. o. t.)