Először vizsgáljunk egy n db vékony lencséből álló optikai rendszert! Legyen az i-edik lencse fókusztávolsága f_i, tárgytávolsága t_i, képtávolsága k_i. A vékony lencsék vastagsága – definíciójuk értelmében – elhanyagolható, így az öszeillesztett lencsék síkjai egybeesnek. Emiatt az egymás után következő lencsékre mindig igaz a

$$t_{i+1} = -k_i, \tag{1}$$

egyenlőség. Mindegyik lencsére felírva a leképzési törvényt, és az egyenleteket összeadva:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{f_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}. \tag{2}$$

(1) miatt azonban

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_n}.$$

Mivel a lencserendszer egészére vonatkoztatott tárgytávolság $t = t_1$, képtávolság $k = k_n$, az egész rendszer helyettesíthető egy $f = \dfrac{1}{\sum(1/f_i)}$ fókusztávolságú lencsével, melyre (2) alapján igaz a leképzési törvény:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}. \tag{3}$$

Az így választott f tényleg a klasszikus értelemben vett fókusztávolság, hiszen a leképzési törvény teljesüléséből a párhuzamos fénysugarakra ($t = \infty$) közvetlenül adódik a $k = f$ egyenlőség.

Az adott elrendezésben a fénysugár kétszer áthalad a lencsén és egyszer visszaverődik a gömbtükörről. Mivel a leképzési törvény kis nyílásszögű gömbtükörre is érvényes, és a tükör közvetlenül illeszkedik a lencséhez, az adott rendszer helyettesíthető egy három vékony lencséből álló optikai rendszerrel. A helyettesítő rendszernél – a tükör hiánya miatt – a képalkotás az ellenkező oldalon történik.

A lencse, ill. tükör fókusztávolsága a geometriai adatok és a törésmutató ismeretében

$$f_i = \frac{1}{(n-1)(1/r_1 + 1/r_2)}, \tag{4}$$

$$f_t = r/2. \tag{5}$$

Az eredő fókusztávolság:

$$f = \frac{1}{1/f_i + 1/f_t + 1/f_i} = \frac{1}{2/f_i + 1/f_t} \tag{6}$$

A leképzési törvény előjeleinek megfelelően a homorú tükör fókusztávolsága pozitív, a domború tüköré negatív. Az egész rendszer tehát akkor helyettesíthető homorú tükörrel, ha $1/f > 0$,

$$\frac{2}{f_i} + \frac{1}{f_i} > 0, \qquad (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) > -\frac{1}{r},$$

domború tükörrel pedig, ha $1/f < 0$,

$$(n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) < -\frac{1}{r}.$$

Egyenlőség esetén a rendszer síktükörként viselkedik. A gömbtükörrel való helyettesítéskor a képalkotás is a megfelelő oldalon történik.

A lencse és a tükör fókusztávolságának ismeretében, (6) felhasználásával kiszámítható az eredő fókusztávolság, majd a tárgytávolság segítségével (3) alapján a képtávolság. A nagyítás: $N = k/t$.

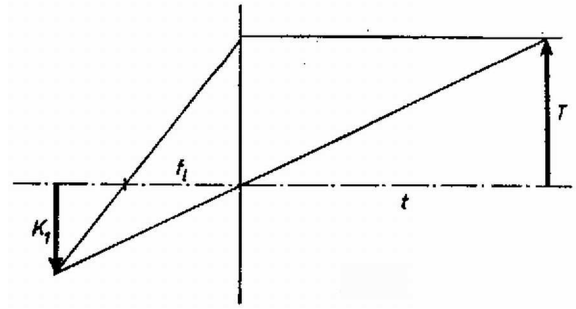
A megadott értékek mellett az eredmények:

f_t (cm)	6	6	−6	−6
f_t (cm)	5	−5	5	−5
f (cm)	1,88	7,5	−7,5	−1,88
k (cm)	2,12	14,1	−5,12	−1,68
N	0,133	0,881	−0,319	−0,105

$t = 16$ cm

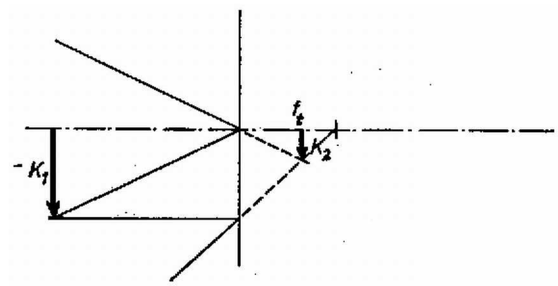
A szerkesztésnél két kiválasztott sugármenetet vizsgálunk. Legyen az egyik az optikai tengellyel párhuzamosan induló sugár, mely a törés, ill. a tükrözés után keresztülhalad a fókuszon, a másik a lencse, ill. a tükör középpontján áthaladó sugár, mely nem változtatja irányát, ill. tükröződik.

A szerkesztés három lépését $f_i = 6$ cm, $f_t = 5$ cm esetén az ábrák mutatják.



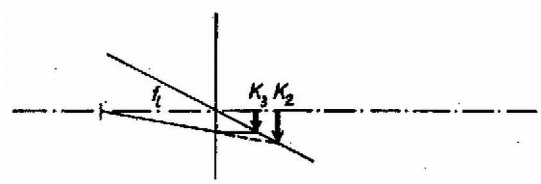
1. ábra

Az 1. ábrán a lencse első képalkotása (K_1), a 2. ábrán e kép tükrözése, a virtuális K_2 kép szerkesztése látható.



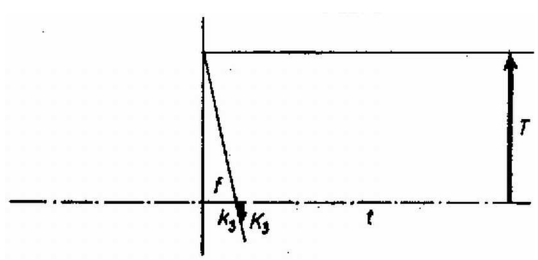
2. ábra

A 3. ábráról közvetlenül leolvasható az utolsó leképezés eredménye, a kérdezett $k_3 = k$ képtávolság, és meghatározható az $N = K_3/T$ nagyítás.



3. ábra

Látjuk, hogy a rendszer homorú tükörként viselkedik. Ha a már ismert t, T, k_3, K_3 segítségével berajzoljuk e helyettesítő tükör megfelelő sugármenetét, az eredő fókusztávolság is leolvasható (4. ábra).



4. ábra

A szerkesztést a többi esetben is ugyanilyen elven lehet végrehajtani.

Schlosser Tamás (Bp., Móricz Zs. Gimn., IV. o. t.)