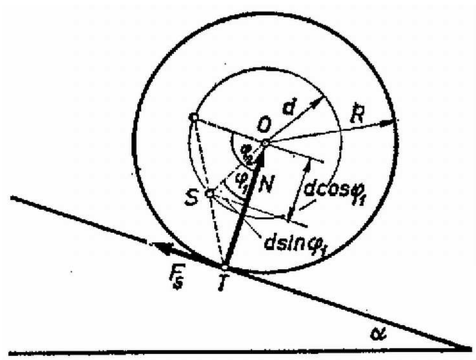
Legyen a henger súlypontja S, a geometriai középpontja O, a lejtővel érintkező pontja pedig T. Jellemezzük a henger helyzetét az $SOT\sphericalangle=\varphi$ szöggel! (L. az ábrát!)



Mivel a test általános esetben gyorsuló mozgást is végezhet, a forgatónyomaték–egyenletet csak a súlypontra írhatjuk fel, tehát a gördülés nélküli csúszás feltétele $\sum M_i=0$. A G súlyerő hatásvonala átmegy a súlyponton, tehát a feltétel szerint

$$N\cdot d\cdot\sin\varphi-F_{\rm s}(R-d\cdot\cos\varphi)=0.$$

Csúszás esetén $F_{\rm s}=N\cdot\mu$, tehát

$$d\cdot\sin\varphi-\mu(R-d\cdot\cos\varphi)=0,\quad \text{ebből}$$

$$(\mu^2+1)d^2\cdot\cos^2\varphi-2\mu^2R\cdot d\cdot\cos\varphi+\mu^2R^2-d^2=0.$$

Az egyenletet $\cos\varphi$-re megoldva kapjuk, hogy

$$\cos\varphi=\frac{\mu^2R\pm\sqrt{\mu^4R^2-(\mu^2+1)(\mu^2R^2-d^2)}}{d\cdot(\mu^2+1)};$$

A feladat megoldhatóságához μ-nek két feltételt kell kielégítenie:

1.

$$\mu^4R^2-(\mu^2+1)(\mu^2R^2-d^2)\ge0,$$

$$\mu^2\le\frac{d^2}{R^2-d^2}.$$

(Közben meggyőződhetünk arról, hogy a $|\cos\varphi|\le1$ feltétel is teljesül: a felfelé nyitott $(\mu^2+1)d^2x^2-2\,\mu^2Rdx+\mu^2R^2-d^2$ parabolának az $x=\pm1$ helyeken az értéke $\mu^2(R\mp d)^2>0$, tehát a nullhelyei csak a ±1 között lehetnek.)

2. Annak, hogy egy test az α szögű lejtőn csússzék és ne álljon meg, a feltétele, hogy $G\mu\le\operatorname{tg}\alpha$.

Tehát ha μ egyidejűleg mindkét feltételt kielégíti, a feladat megoldható.

Gulyás Ferenc (Csongrád, Batsányi J. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Sok megoldó úgy okoskodott, hogy ha a henger nem gördül, akkor $\sum M=0$ bármely pontjára. Ez azonban azt jelentené, hogy $\sum F=0$ (l. 1011. feladatot), azaz a henger egyenletes sebességgel csúszna a lejtőn. Ez viszont egy igen speciális megoldás, és csak a $\mu=\operatorname{tg}\alpha$ esetben valósítható meg. Gyorsuló mozgás esetén a forgatónyomaték–egyenletet csak a súlypontra vagy a pillanatnyi forgástengelyre írhatjuk fel. Példánkban a pillanatnyi forgástengely a végtelenben van, tehát csak egy lehetőségünk marad, a súlypont.