

Vegyünk fel tetszőlegesen egy derékszögű koordinátarendszert, amelynek xy -síkjá az erők síkja. (Csak síkban szétszórt erők esetére szorítkozunk.) Legyen az erőknek az origóra vonatkoztatott forgatónyomatéka M_i . Az erők síkjának tetszőleges $P(x, y)$ pontjára vonatkozó forgatónyomaték

$$\sum M'_i = \sum M_i - x \sum F_{iy} + y \sum F_{ix}$$

alakban írható fel (l. a K. M. L. 1971. évi 8–9. számában *Mihály László*: Sztatikai feladatok megoldása II. c. cikkét).

1. $\sum M_i = 0$ és $\sum M'_i = 0$ bármely $P(x, y)$ pontra, s így x és y tetszőleges értéke mellett $x \sum F_{iy} - y \sum F_{ix} = 0$, következésképpen $\sum F_{ix} = \sum F_{iy} = 0$. Tehát $\sum F_i = 0$.

2. Vegyük fel koordinátarendszerünket úgy, hogy az origója legyen az a pont, amelyre $\sum M_i = 0$. $\sum F_i = 0$ miatt $\sum F_{ix} = \sum F_{iy} = 0$, ezért egy tetszőleges $P(x, y)$ pontra vonatkoztatott forgatónyomaték:

$$\sum M'_i = \sum M_i - x \sum F_{iy} + y \sum F_{ix} = 0.$$

3. Ha a sík A, B, C pontjai azok, amelyek nem esnek egy egyenesre és amelyekre $\sum M_i = 0$, akkor válasszuk úgy koordinátarendszerünket, hogy origója A , x -tengelye az AB egyenes legyen. Ekkor $B = B(x_B, 0)$, $C = C(x_C, y_C)$, ahol $x_B \neq 0$, $y_C \neq 0$. A B és C pontra vonatkoztatott forgatónyomaték rendre:

$$\sum M_i^{(B)} = -x_B \sum F_{iy} = 0,$$

$\sum M_i^{(C)} = -x_C \sum F_{iy} + y_C \sum F_{ix} = 0$; ahonnan $\sum F_{iy} = \sum F_{ix} = 0$. Tehát $\sum F_i = 0$, és van olyan pont, amelyre $\sum M_i = 0$, ezért a 2. állítás értelmében a sík összes pontjaira $\sum M_i = 0$.

Kovács Imre (Kaposvár, Gépipari Szakközépisk., II. o. t.) és
Németh György (Eger, Gárdonyi G. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az állítások a térben tetszőlegesen szétszórt erők hatása alatt álló merev testre is érvényesek, mint az a forgatónyomaték vektor $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ definíciója alapján könnyen belátható.