

Mivel az ütközések teljesen rugalmasak, így minden ütközés után a felületre merőleges sebességkomponens ugyanolyan nagyságú, mint az ütközés előtt, csak ellentétes irányú. Az energiamegmaradás törvénye értelmében, ha a golyó a gödör fenekétől b magasságra van, akkor a sebessége mindig v . Mivel a golyóra ható súlyerő vízszintes komponense zérus, azért az ilyen irányú sebességkomponens nagysága állandó. A golyó függőleges irányú gyorsulása g .

a) A golyó csak úgy juthat ki a gödörből, ha van a mozgása során egy olyan pillanat, amikor a gödör aljától b magasságban éppen a gödör széléhez ér. Eközben az a utat x -szer tette meg (ha x az oldalfalakon való ütközés eggyel növelt száma), függőlegesen a b utat pedig y -szor járta be le és föl (ha y a gödör fenekén való ütközések száma). Itt $x, y \geq 1$ egész számok. Az a , ill. a $2b$ út megtételéhez $t_a = a/v$, ill. $t_b = 2\sqrt{2b/g}$ időre van szükség. A gödörben töltött idő: $t = xt_a = yt_b$, azaz

$$(1) \quad t = x \frac{a}{v} = 2y \sqrt{\frac{2b}{g}}. \quad \text{Innen} \quad \frac{a}{2v} \sqrt{\frac{g}{2b}} = \frac{y}{x}.$$

Tehát az a kijutás feltétele, hogy az (1) bal oldalán álló kifejezés pozitív racionális szám legyen. Ha x páros szám, akkor a golyó azon az oldalon jön ki a gödörből, amelyiken beesett, ha x páratlan, akkor a golyó az ellenkező oldalon repül ki.

b) Az $y = 1$ esetben (1)-ből

$$v = \frac{a}{2} x \sqrt{\frac{g}{2b}}, \quad \text{ahonnan} \quad a = b = 20 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

értékekkel $v = 5x$ (m/s) adódik, ahol $x = 1, 2, 3, \dots$

c) Az $y = 3$ esetben (1)-ből b -t kifejezve

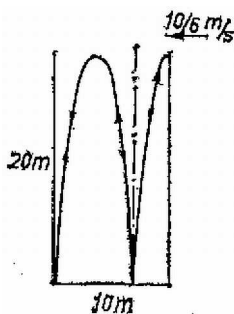
$$b = \frac{ga^2}{72v^2} x^2.$$

Numerikusan: $a = 10$ m, $v = 10/6$ m/s, $b = 5x^2$ (m).

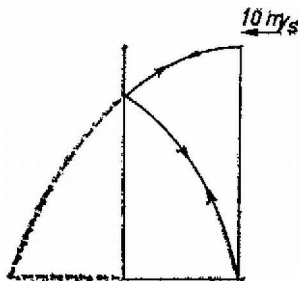
d) A pályát úgy rajzolhatjuk meg, hogy megrajzoljuk a v kezdősebességhez tartozó esési parabolát és rá méretarányosan a gödör körvonalait. Ahol a parabola a függőleges falat metszi, ott a további darabját tükrözzük a falra; ahol pedig a feneket éri, ott az előző parabolaívet tükrözzük a beesési merőlegesre stb.

Az 1., 2. és 3. ábra a golyó pályáját tünteti fel rendre az alábbi esetekben:

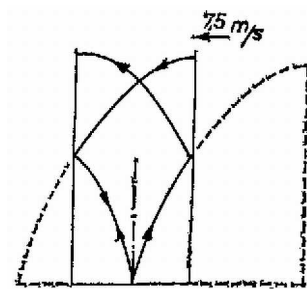
1. $a = 10$ m, $b = 20$ m, $v = 10/6$ m/s;
2. $a = 10$ m, $b = 20$ m, $v = 10$ m/s;
3. $a = 10$ m, $b = 20$ m, $v = 7,5$ m/s;



1. ábra



2. ábra



3. ábra

Tegze Miklós (Bp., Kölcsey F. Gimn., III. o. t.)