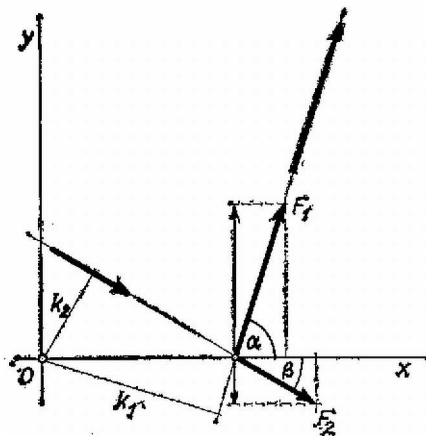


a) Először két, szöveget bezáró erőre bizonyítjuk a tételt (1. ábra).



1. ábra

Toljuk el a két erőt hatásvonala mentén úgy, hogy egy pontba essék a támadáspontjuk. Mivel ekkor az erők karja nem változik, ez megtehető. Vegyük fel koordinátarendszerünk origóját abban a pontban, amelyre a forgatónyomatékokat vonatkoztatjuk, a közös támadáspont pedig essék az  $x$  tengely  $(a, 0)$  pontjába. Ekkor  $F_1$  erő 0-ra vonatkozó forgatónyomatéka:

$$M_1 = k_1 F_1 = a F_1 \sin \alpha.$$

$F_2$  nyomatéka:

$$M_2 = k_2 F_2 = a F_2 \sin \beta.$$

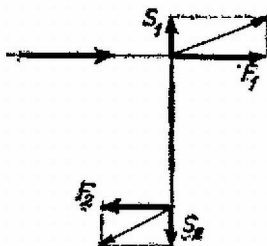
Ha  $\alpha$ -t és  $\beta$ -t előjeles szögnek tekintjük, akkor az óramutató járásával ellentétes irányban forgató nyomaték pozitív, a másik irányban forgató negatív előjellel adódik.

A kapott képletekből azt is kiolvashatjuk, hogy egy – az  $x$ -tengely valamely pontjában támadó erő (előjeles) forgatónyomatékát megkapjuk, ha a forgáspont és a támadáspont távolságát szorozzuk az erő  $y$ -irányú komponensével. Így az eredő erő forgatónyomatéka:

$$M = a \cdot F_y = a (F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \beta).$$

Ezek alapján valóban  $M = M_1 + M_2$ .

b) Két párhuzamos erő esetén, ha az erők nem alkotnak erőpárt, az erőket hatásvonaluk mentén a 2. ábra szerinti helyzetbe toljuk, és rájuk merőleges  $S_1$  és  $S_2 = -S_1$  segéderőket adunk hozzájuk.



2. ábra

Ekkor először  $S_1$ -et  $F_1$ -gyel, ill.  $S_2$ -t  $F_2$ -vel adjuk össze, majd ezek eredőit, melyek  $F_1 \neq -F_2$  miatt nem párhuzamosak. Mindhárom esetben szöveget bezáró erőket adtunk össze, melyekre a tételt már bizonyítottuk, így a tétel most is igaz.

c) Ha  $F_1 = -F_2$ , akkor a két erő erőpárt alkot, így egy erővel reprezentálható eredője nincs, a tétel állítása nem érvényes.

Kettőnél több erő esetén az erőket páronként összeadva igazoljuk a tételt, vigyázva arra, hogy soha ne válasszunk olyan két erőt, melyek erőpárt alkotnak. Könnyen belátható, hogy ez mindig megtehető, azt az esetet kivéve, amikor az erők eredője egy erőpár. Ebben a kivételes esetben az erőrendszernek nincs eredője, a tétel nem érvényes.

Nagy László (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., II. o. t.)

Gungl István (Szekszárd, Rózsa F. Műszaki Szki. II. o. t.)

dolgozata alapján

*Megjegyzés.* Sok dolgozat forgatónyomaték–tétel néven a feladatban bizonyítandó állítást használta fel, vagy azzal ekvivalens állítást. Ezek a dolgozatok nem kaphattak pontot.