

Írjuk fel a mozgásegyenleteket és a kényszerfeltételt úgy, hogy pozitív iránynak az m_3 test lefelé, az m_1, m_2 test lejtőn felfelé való elmozdulását tekintjük:

$$\begin{aligned} K - \frac{\sqrt{2}}{2} mg(1 + \mu_1) &= ma_1, & kmg - 2K &= kma_3, \\ K - \frac{\sqrt{2}}{2} mg(1 + \mu_2) &= ma_2, & a_3 &= \frac{a_1 + a_2}{2}. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$\begin{aligned} (1) \quad a_1 &= \frac{2k\sqrt{2} - 4(1 + \mu_1) + k(\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{2}(4 + 2k)}, \\ (2) \quad a_2 &= \frac{2k\sqrt{2} - 4(1 + \mu_2) + k(\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{2}(4 + 2k)}, \\ (3) \quad a_3 &= \frac{a_1 + a_2}{2}. \end{aligned}$$

A mozgás irányát a súrlódás nem befolyásolja, hiszen a súrlódási erő csak lelassíthatja, legfeljebb megállíthatja a testeket. Legyen $\mu_1 = 0$ és $\mu_2 = 0$, ekkor $a_1 = a_2 = a > 0$, ha $2k\sqrt{2} - 4 > 0$, vagyis $k > \sqrt{2}$. Ilyen feltétel mellett helyes az irányválasztás. Vizsgáljuk a lehetséges eseteket!

Előfordulhat, hogy μ_1 olyan nagy, hogy az m_1 test nem indul el. Ennek határesetre az a μ'_1 súrlódási együttható, melyre már $a_1 = 0$:

$$\begin{aligned} (4) \quad 2k\sqrt{2} - 4 - 4\mu'_1 + k\mu_2 - k\mu'_1 &= 0, & \text{ebből} \\ (5) \quad \mu'_1 &= \frac{k(2\sqrt{2} + \mu_2) - 4}{4 + k}. \end{aligned}$$

Ha tehát $\mu_1 \geq \mu'_1$, akkor $a_1 = 0$, a többi gyorsulás pedig a következő mozgásegyenletek megoldásából adódik:

$$K - \frac{\sqrt{2}}{2} mg(1 + \mu_2) = ma_2, \quad kmg - 2K = kma_3, \quad a_3 = \frac{a_2}{2}.$$

A megoldás:

$$a_2 = \frac{2k - 2\sqrt{2}(1 + \mu_2)}{4 + k} g \quad (6), \quad a_3 = \frac{a_2}{2}. \quad (7)$$

Teljesen hasonló módon, ha

$$(8) \quad \mu_2 \geq \mu'_2 = \frac{k(2\sqrt{2} + \mu_1) - 4}{4 + k},$$

$$\text{akkor } a_2 = 0, \quad a_1 = \frac{2k - 2\sqrt{2}(1 + \mu_1)}{4 + k} g, \quad (9) \quad a_3 = \frac{a_1}{2}. \quad (10)$$

Előfordulhat, hogy μ_1 és μ_2 egyaránt olyan nagy, hogy egyik test sem indul el. Ennek feltétele: $a_1 = 0, a_2 = 0$. Ekkor

$$\frac{kmg}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} mg + \frac{\sqrt{2}}{2} mg\mu''_1, \quad \mu''_1 = \mu''_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} k - 1.$$

Amennyiben tehát $\mu_1 \geq \mu''_1$ és $\mu_2 \geq \mu''_2$, akkor a rendszer nyugalomban lesz.

Ha $k < \sqrt{2}$, akkor a súrlódási erők helyébe mindenütt a (-1) -szeresét írjuk. A kritikus súrlódási együtthatók és a gyorsulások egyaránt így számolhatók, hiszen a súrlódási erők mindenütt előjelet váltanak.

A megoldás során felhasználtuk azt, hogy $m_1 = m_2$, és emiatt a lejtőkön nem léphetnek fel olyan gyorsulások, melyek (előjelválasztásunk mellett) ellentétes előjelűek.

A megadott értékeknél – a diszkusszió alapján – a) és b) esetén a rendszer áll, c)-nél m_1 áll, a_2 a (6) egyenlet alapján számítható $\left(a_2 \approx \frac{1}{6}g \right)$.

Kartaly Béla (Szolnok, Versegly F. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján