A Faraday–féle indukciós törvény szerint az indukált feszültség az

$$U_i = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \mu A_1 \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}$$

összefüggés alapján számítható.

Az a) esetben a fluxus kezdeti értékéről Δt idő alatt egyenletesen csökken zérusra, az indukált feszültség tehát így írható:

$$U_i = \mu_0 A_1 \, \frac{H}{\Delta t}.$$

A toroid ohmikus ellenállása az adott mennyiségekkel a következőképp fejezhető ki:

$$R_t = \varrho \, \frac{l}{q} = \varrho \left(2\pi \sqrt{\frac{A}{\pi}} \, N \right) \frac{4}{d^2 \pi} = \varrho \, \frac{8N}{d^2} \sqrt{\frac{A}{\pi}}.$$

Így az a) esetben kialakuló áramerősség maximális értéke: $I_{\max} = \dfrac{U_t}{R_t}$. A feladat numerikus adataival:

$$U_i = 0{,}25 \text{ V}, \quad R_t = 28\,\Omega, \quad I_{\max} = 9 \text{ mA}.$$

Mutassuk meg, hogy a bekapcsolási önindukció az így kialakuló áramerősséget nem befolyásolja jelentősen! A bekapcsoláskor fellépő önindukciós feszültség miatt az áramerősség

$$I(t) = I_{\max} \left\{ 1 - e^{-\frac{R}{L}\,t} \right\}$$

törvény szerint változik. (Fizika a gimnáziumok szakosított tantervű IV. osztálya számára, I. kötet, folytatás 54. 1.) A légmagos toroid induktivitása

$$L_0 = \mu_0 \frac{AN^2}{2R\pi} = 1{,}61 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{A}.$$

Határozzuk meg, hogy a bekapcsolás után mennyi ideig ad az önindukciós feszültség 1 %-nál nagyobb áramot!

$$\frac{I(t)}{I_{\max}} = \left(1 - e^{\frac{R}{L}\,t} \right) < 0{,}99, \quad \ln(10^{-2}) < -\frac{R}{L} t, \quad t < 2{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$$

Láthatóan ez az idő elhanyagolhatóan kicsiny a teljes folyamat lefolyási idejéhez (0,1 s) képest, ezért úgy vehetjük, mintha mindvégig $I_{\max}$ értékű egyenáram folyna a toroidban.

A b) esetben a mágneses térerősség $H = H_0 \sin \omega t$ törvény szerint változik ($f = 50$ Hz), tehát az indukált feszültség:

$$U_i(t) = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \mu_0 A_1 H_0 \omega \cos \omega t \equiv U_{\max} \cdot \cos \omega t.$$

A vasmag miatt megváltozik a toroid induktivitása:

$$L = \mu_r \cdot \left(\mu_0 \frac{AN^2}{2R\pi} \right) = \mu_r \cdot L_0.$$

Az ohmikus ellenállás változatlanul R_i-vel egyenlő, az eredő impedancia pedig:

$$Z = \sqrt{R_t^2 + (\omega L)^2}.$$

Az effektív áramerősség: $I_{\text{eff}} = \dfrac{U_{\text{eff}}}{Z}$, és az effektív feszültség értéke:

$$U_{\text{eff}} = U_{\max} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

A feladat számadataival:

$$\begin{aligned} U_i(t) &= 7{,}85 \cdot \cos \omega t \cdot [V], \quad U_{\text{eft}} = 5{,}49 \text{ V} \ \ (\text{ha } H_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}), \\ L &= 3{,}22 \cdot 10^{-2} \text{ Vs/A}, \qquad I_{\text{eff}} = 0{,}18 \text{ A}, \\ Z &= 29{,}7 \text{ V/A}, \qquad I_{\max} = 0{,}25 \text{ A}. \end{aligned}$$

Az indukált áram tetszőleges t időpillanatban:

$$I(t) = I_{\max} \cdot \cos(\omega t - \varphi),$$

ahol a φ fázis az ellenállás diagramból számolható:

$$\operatorname{tg}\,\varphi=\frac{\omega L}{R_t}=0{,}3610,\quad \varphi=19^\circ 54'.$$

Az önindukciós feszültség az idő függvényében a következőképpen változik:

$$U_i(t)=L\cdot\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=-LI_{\max}\omega\cdot\sin(\omega t-\varphi)=-2{,}53\cdot\sin(\omega t-\varphi).$$

Iglói Ferenc (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t.)
Zámolyi Ferenc (Bp., Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)