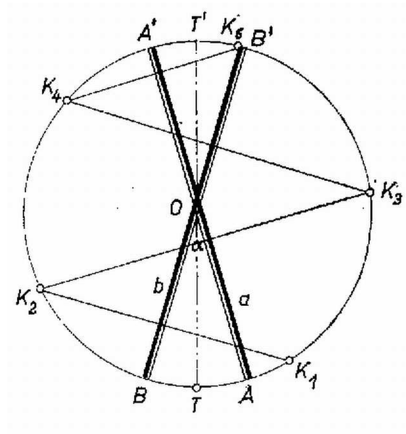
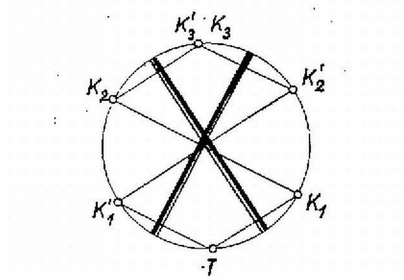
Az α szöget bezáró tükrök között bárhol veszek fel egy tárgyat, annak képe az a tükörre szimmetrikusan keletkezik, s így a tárgypont és képe egyenlő távolságra van a tükör bármely pontjától, tehát $\overline{OT}=\overline{OK_1}$. K_1-et a másik tükörrel leképezve hasonlóan $\overline{OK_1}=\overline{OK_2}$, és bármely tükrözésre $\overline{OK_n}=\overline{OK_{n+1}}$, ahonnan $\overline{OK_n}=\overline{OT}$. Ezek szerint egy pont képpontjai egy O középpontú, $\overline{OT}$ sugarú körön helyezkednek el. Ugyanezen a körön, a tükrök szögfelezőjére szimmetrikusan helyezkednek el azok a képpontok, melyeknél először b tükör képezi le a tárgyat.





Vizsgáljuk most csak azokat a képeket, amelyek először a-ra való tükrözéssel keletkeznek. Mivel T a szögfelezőn van, $TOB\sphericalangle=TOA\sphericalangle=\alpha/2$. A tükrözés miatt $TOA\sphericalangle=AOK_1\sphericalangle$, innen $TOK_1\sphericalangle=\alpha$, majd $K_1OB\sphericalangle=BOK_2\sphericalangle$, innen $TOK_2\sphericalangle=2\alpha$. Általában az n-edik leképezésnél legyen $TOK_{n-1}\sphericalangle=\beta$. Tegyük fel például, hogy az a tükör képez le. Ekkor $AOK_{n-1}\sphericalangle=\beta+\alpha/2$, a tükrözés miatt $K_nOA\sphericalangle=K_{n-1}OA\sphericalangle=\beta+\alpha/2$, és mivel $K_nOT\sphericalangle=K_nOA\sphericalangle+\alpha/2=\beta+\alpha$, tehát minden leképezésnél a középponti szög α-val nő, és így $TOK_n\sphericalangle=n\cdot\alpha$.

Csak akkor látunk képet, ha a képpont irányából érkező fénysugár ténylegesen azon tükör irányából érkezik, amely utoljára leképezte. Mivel a tükrök felváltva képezik le a képpontokat, ez azt jelenti, hogy a páros és páratlan indexű pontok a szögfelező ugyanazon oldalán maradnak. (Nem elég kikötni, hogy mindig csak a tükör foncsorozott falára tükrözhetünk, mivel ez a feltétel nem zárja ki páratlan indexű kép létét a $\widehat{B'T'}$ íven.) Az először ugyanazon tükörre tükrözött képek számára tehát $n\cdot\alpha\leq 180^\circ$.

Ha $n\cdot\alpha<180^\circ$, akkor az először a-ra tükrözve keletkező képek száma $n'=[180^\circ/\alpha]$ (azaz n' a$180^\circ/\alpha$ szám egész része, vagyis a legnagyobb egész szám, mely nem nagyobb $180^\circ/\alpha$-nál), ugyanannyi kép keletkezik először b-re tükrözve is, tehát összesen $n=2\cdot[180^\circ/\alpha]$ képet látunk.

Ha $n'\cdot\alpha=180^\circ$, akkor az utolsó kép a szögfelezőn keletkezik. Ugyanitt keletkezik egy olyan kép is, melyet először b-re tükrözve kapunk, így ekkor a két kép egybeesése miatt csak $n=(2\cdot 180^\circ/\alpha)-1$ képet látunk. Speciális esetünkben $\alpha=60^\circ$, ekkor $n=5$.

Mivel minden tükrözés megfordítja a jobb és bal oldalt, ezért a páratlan indexű képek olyan állásúak, ahogy tükörben látjuk magunkat, a páros indexűek az oda- és visszafordítások azonos száma miatt olyanok, ahogy mások látnak bennünket.

Mivel a szögfelezőn történő kép-összeesés csak jól meghatározott szögeknél következik be, ezért ezt a jelenséget használhatjuk a tükrök hajlásszögének beállítására. Be tudunk állítani minden $180^\circ/k=\alpha$ hajlásszöget ($k=1,2,3,\ldots$). A szög értékét a képek számából határozhatjuk meg, ha n képet látunk (n páratlan), akkor $\alpha=\dfrac{360^\circ}{n+1}$. (Ezek a szögek nem azonosak a csak körző és vonalzó felhasználásával szerkeszthető szögekkel. A beállításnak a fényszóródás és elnyelés a gyakorlatban határt szab.)

Gegus Gábor (Bp., Móricz Zs. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Megoldható a feladat annak elemzése alapján is, hogy mi a feltétele annak, hogy a tárgyról egy irányban kiinduló fénysugár ugyanoda érkezzen vissza. Visszaérkezik a fénysugár akkor, ha egy tükörre merőlegesen esik be (páratlan index), és ha a sugármenet a szögfelezőre szimmetrikus (páros index).

Pataki Béla (Bp., I. István Gimn., III. o. t.)