Egy α felületi feszültségű hártyából készült r sugarú buborékban a gáz nyomása (lásd Budó – Pócza: Kísérleti fizika):

$p = p_0 + \frac{4\alpha}{r} = \frac{4\alpha}{r}$, ha $p_0 = 0$ a külső nyomás.

Mivel

$$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} V^{1/3}, \quad \text{azért}$$

$$p = \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}} \cdot \frac{4\alpha}{V^{1/3}}, \quad \text{tehát}$$

$$pV^{1/3} = \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}} \cdot 4\alpha = \text{áll.}$$

A 965. feladat megoldása szerint a gáz fajhője az ilyen folyamatokban

$$c = C_v + \frac{k}{1-n},$$

ahol C_v a molekulahő, k a Boltzmann-állandó. Esetünkben $n = 1/3$, tehát

$$c = C_v + (3/2)k,$$

függetlenül a buborék anyagától és a gáz állapotától.

Szlacsányi Kornél (Bp., Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)

Kiegészítés. Vizsgáljuk azt az általánosabb esetet, amikor a külső nyomás $p_0 \neq 0$! Ekkor a folyamat nem hozható $pV^n = \mathit{áll.}$ alakra, és a fajhő meghatározásánál végig kell járni a szokásos utat.

Az I. főtétel szerint a belső energia (U) változása ($\mathrm{d}U$) egyenlő a hő formájában kapott energia (δQ) és a gáz által végzett munka összegével:

$$\mathrm{d}U = \delta Q + (-p_0)\mathrm{d}V + \alpha\ \mathrm{d}A, \qquad \text{ahol} \qquad A = 2 \cdot 4r^2\pi$$

a folyadékréteg felszíne. (Jelen esetben nemcsak térfogati munka van, a folyadékfelszín növelése is energiát igényel.)

Ismert továbbá az ideális gáz állapotegyenlete $pV = NkT$, $U = C_vNT$, és a folyamatra jellemző egyenlőségek:

$$p = p_0 + \frac{4\alpha}{r}, \qquad V = \frac{4}{3}r^3\pi.$$

Ennek alapján és a fajhő definíciója szerint:

$$c = \frac{1}{N}\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}U - (-p_0)\ \mathrm{d}V - \alpha\ \mathrm{d}A}{N\ \mathrm{d}T} = C_v + \frac{p_0}{N}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T} - \frac{\alpha}{N}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}T}.$$

A térfogat, felszín és a hőmérséklet változását kifejezzük a buborék sugarának kicsiny változása (Δr) segítségével:

$$\mathrm{d}V = (4/3)(r+\Delta r)^3 - (4/3)r^3\pi \approx 4r^2\pi \cdot \Delta r,$$

$$\mathrm{d}A = 4(r+\Delta r)^2\pi - 4r^2\pi \approx 8r\pi \cdot \Delta r,$$

$$\mathrm{d}T = \frac{1}{Nk}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{1}{Nk}\left[\left(p_0 + \frac{4\alpha}{r+\Delta r}\right)(4/3)(r+\Delta r)^3\pi - \left(p_0 + \frac{4\alpha}{r}\right)(4/3)r^3\pi\right] \approx$$

$$\approx \frac{1}{Nk}\left(\frac{32}{3}\alpha \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r + 4p_0\pi r^2 \Delta r\right).$$

(Δr egynél magasabb rendű hatványait tartalmazó tagokat elhanyagoltuk, továbbá felhasználtuk, hogy $\frac{1}{r+\Delta r} = \frac{1}{r}\left(\frac{1}{1+\Delta r/r}\right) \approx \frac{1}{r}\left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right)$.)

Behelyettesítve és a lehetséges egyszerűsítéseket elvégezve

$$c = C_v + \frac{k\left(\frac{p_0 r}{2\alpha} - 1\right)}{\frac{4}{3} + \frac{p_0 r}{2\alpha}}.$$

Boros Endre (Bp., I. István Gimn., III. o. t.)