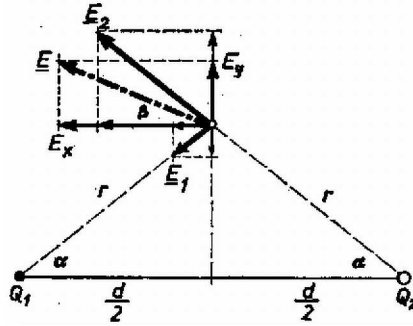


1) Két ponttöltés erőterének térerősségét a két töltéshez tartozó erőter térerősségének vektori összegezésével kaphatjuk meg. A térerősség csak akkor lehet 0, ha a két töltéstől származó térerősség egyező nagyságú és ellentétes irányú. Mivel a Coulomb erő a töltést a ponttal összekötő egyenes mentén hat, ez csak a két töltést összekötő egyenesen, a két töltés ellenkező előjele miatt az összekötő szakaszon kívül, a kisebbikhez közelebb teljesülhet.



Ha r a 0 térerősségű pont Q_1 től mért távolsága, akkor

$$k \frac{Q_1}{r^2} + k \frac{Q_2}{(r+d)^2} = 0, \quad \text{innen}$$

$$(Q_1 + Q_2)r^2 + 2Q_1rd + Q_1d^2 = 0,$$

$$r = \frac{-Q_1 \pm \sqrt{-Q_1Q_2}}{Q_1 + Q_2}d.$$

Numerikusan $r_1 = -1/3$ m, ill. $r_2 = 1$ m. Feltételünknek $r = 1$ m felel meg. Azonos $Q_1 = Q_2 \neq 0$ töltések esetén a térerősség ott 0, ahol $\frac{Q}{r^2} - \frac{Q}{(d-r)^2} = 0$, ahonnan $r = d/2 = 0,5$ m.

b) Ponttöltés potenciálja tőle r távolságban kQ/r , több töltésre szuperponálódik, így a potenciál ott 0, ahol

$$\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} = 0, \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{-Q_1}{Q_2} = \frac{1}{4},$$

ahol r_1 , ill. r_2 a Q_1 , ill. Q_2 -től mért távolság. Ez a feltétel egy Apollóniusz-gömböt határoz meg, mely a két töltést összekötő egyenest Q_1 -től kifelé $1/3$ m, Q_2 felé $1/5$ m távolságra metszi, így középpontja Q_1 -től kifelé $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{2}$ m = $\frac{1}{15}$ m-re van, sugara $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{2}$ m = $\frac{4}{15}$ m. (Az egyenesen levő pontok a)-hoz hasonlóan kaphatók.)

Ha $Q_1 = Q_2$, akkor $Q_1/r_1 + Q_2/r_2$ mindkét tagja azonos előjelű, tehát sehol nem lehet 0.

c) A probléma hengersizmetriája miatt elegendő a potenciál és a térerősség változását egy, a két töltésen átmenő síkban vizsgálni.

A potenciál additivitása miatt a felező merőlegesen az összekötő egyenestől x távolságra a potenciál

$$U = \frac{k(Q_1 + Q_2)}{\sqrt{d^2/4 + x^2}} = \frac{2k(Q_1 + Q_2)}{d} \cos \alpha.$$

Különböző töltések esetén $U = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 2 \cos \alpha = 540 \text{ V} \cdot \cos \alpha$, egyenlő töltések esetén $U = -9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 2 \cos \alpha = -360 \text{ V} \cdot \cos \alpha$.

Az eredő térerősség kiszámításához bontsuk föl a térerősséget derékszögű komponensekre. Ekkor

$$E_x = E_2 \cos \alpha - E_1 \cos \alpha = \frac{k(Q_2 - Q_1)}{r^2} \cos \alpha =$$

$$= \frac{k(Q_2 - Q_1)4}{d^2} \cos^3 \alpha = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(4+1) \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 4 \cos^3 \alpha}{1 \text{ m}^2} = 1800 \text{ V/m} \cdot \cos^3 \alpha,$$

$$E_y = E_1 \sin \alpha + E_2 \sin \alpha = \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r^2} \sin \alpha = \frac{k(Q_1 + Q_2)4}{d^2} \cos^2 \alpha \sin \alpha =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(4-1)10^{-8} \text{ C} \cdot 4 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha}{1 \text{ m}^2} = 1080 \text{ V/m} \cdot \cos^2 \alpha \sin \alpha$$

Így a térerősség abszolút értéke

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{4k}{d^2} \cos^2 \alpha \cdot \sqrt{(Q_2 - Q_1)^2 \cos^2 \alpha + (Q_1 + Q_2)^2 \sin^2 \alpha} =$$

$$= (4k/d^2) \cos^2 \alpha \cdot \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 \cos 2\alpha} = 360 \text{ V/m} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sqrt{17 + 8 \cos 2\alpha},$$

irányszögének tangense

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2 - Q_1} \operatorname{tg} \alpha = 0,6 \operatorname{tg} \alpha.$$

Ha $Q_1 = Q_2 = -10^{-8}\text{C}$, akkor $E_x = 0$, $E_y = E = \frac{8kQ}{d^2} \cos^2 \alpha \sin \alpha = -720 \text{ V/m} \cdot \cos^2 \alpha \sin \alpha$,
vagyis a térerősség a Q_1Q_2 szakasz felezőpontja felé irányul.

Éber Nándor (Bp., Móricz Zs. Gimn., III. o. t.)