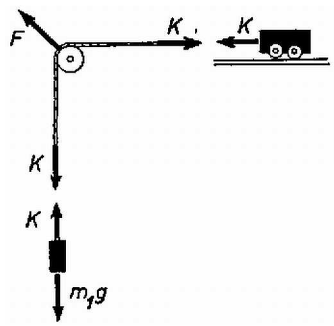
I. megoldás Az m_1 tömegre hat a súlyerő (mg) és a kötél valamilyen K nagyságú erővel. Gyorsulása

$$a_1 = \frac{m_1 g - K}{m_1}. \tag{1}$$

A kötél tömege 0, ezért Newton II. törvényéből következik, hogy bármely darabjára ható erők eredője 0. Amennyiben a kötelet tartó csiga tehetetlenségi nyomatéka is elhanyagolható, a kötél az m_2 tömegű testet is K erővel húzza. Másrészt a kötélre ható erők eredője csak akkor lehet 0, ha a csiga rá olyan F erővel hat, melynek függőleges és vízszintes komponense is K nagyságú (1. ábra).



1. ábra

Az m_2 tömegű kocsi gyorsulása

$$a_2 = K/m_2. \tag{2}$$

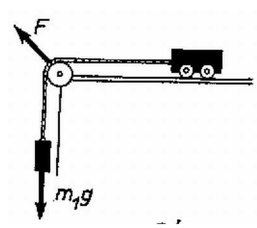
Tudjuk, hogy a kötél nyújthatatlan, tehát

$$a_1 = a_2. \tag{3}$$

Az (1), (2), (3) egyenletrendszert az ismeretlen kötélerőre megoldva:

$$K = \frac{g}{1/m_1 + 1/m_2} = g\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \tag{4}$$

A két kocsiból és a kötélből álló rendszerre tehát hat (2. ábra): a csiga vízszintes irányban K, függőleges irányban K erővel, a Föld az $m_1 g$ súlyerővel (az $m_2 g$-t a talaj nyomóereje ellensúlyozza).



2. ábra

A rendszer tömegközéppontjának gyorsulása egyenlő a ható erők eredőjének és a rendszer tömegének hányadosával:

$$a_x = \frac{F_x}{M} = \frac{K}{m_1 + m_2} = g\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = 2{,}34\ \mathrm{m/s^2}, \tag{5}$$

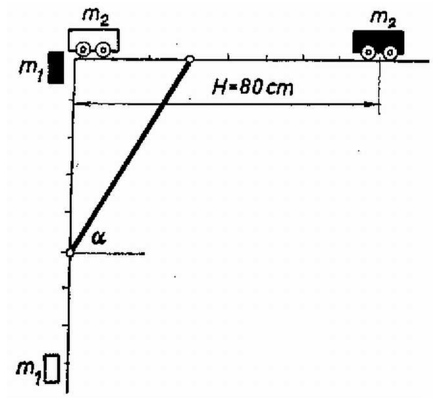
$$a_y = \frac{F_y}{M} = \frac{m_1 g - K}{m_1 + m_2} = g\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = 3{,}90\ \mathrm{m/s^2}. \tag{6}$$

Az állandó erő hatására gyorsuló, 0 kezdősebességgel induló tömegközéppont egy, a vízszintessel α szöget bezáró egyenest írt te (3. ábra) ahol

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{m_1}{m_2} = 0{,}6. \tag{7}$$

Prokopovitsch Ottó (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. A tömegközéppont a két tömeget összekötő egyenesen van úgy, hogy azt m_1/m_2 arányban osztja. Geometriai meggondolásokból következik, hogy a kocsik mozgása közben a tömegközéppont egy, a 3. ábrán látható egyenesen mozog. (Feltettük, hogy az m_2 tömeg a csigától indul.)



3. ábra

Az (1), (2), (3) egyenletrendszert $a_1 = a_2$-re megoldva kapjuk:

(8)
$$a_1 = a_2 = g\frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Amíg az m_2 tömegű kocsi a $H = a_2 t^2/2$ utat megteszi, a tömegközéppont (Pitagorász tétele szerint)

$$H' = H\frac{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}{m_1 + m_2} = at^2/2$$

utat tesz meg. A két egyenletet elosztva a tömegközéppont gyorsulása

$$a = g\frac{m_1\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}{(m_1 + m_2)^2} = 4{,}55\ \mathrm{m/s}^2.$$

Hasenfratz Anna (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)