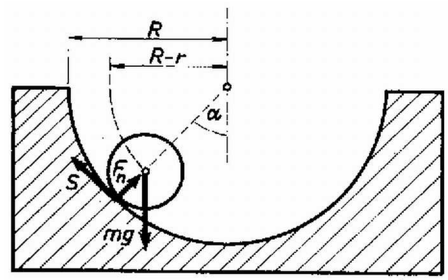
A golyóra mg súlyerő, a pályával való érintkezési pontban F_n nyomóerő és S súrlódási erő hat. Ezek hatására a golyó súlypontja a érintőleges és $v^2/(R-r)$ centripetális gyorsulású mozgást végez. A golyót a súrlódási erőnek a súlypontra vonatkoztatott $M = Sr$ forgatónyomatéka forgatja.



A mozgásegyenletek

(1) $$mg \sin \alpha - S = ma,$$

(2) $$F_n - mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R-r},$$

(3) $$Sr = I\beta.$$

A test sebességét az energiatétel segítségével határozhatjuk meg. Ha a golyó kezdetben α_0 szögnél állt, akkor

(4) $$mg(R-r)(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = (1/2)mv^2 + (1/2)I \cdot \omega^2.$$

A csúszásmentes gördülés feltétele:

(5) $$a = r \cdot \beta, \text{ illetve}$$
(6) $$v = r \cdot \omega.$$

Felhasználva, hogy homogén tömegeloszlású golyóra $I = (2/5)mr^2$, az (1)–(6) egyenletrendszer megoldása

$$S = (2/7)mg \sin \alpha,$$
$$F_n = (1/7)mg(17 \cos \alpha - 10 \cos \alpha_0).$$

A fenti megoldás csak akkor érvényes, ha $S \leq \mu \cdot F_n$, vagyis ha

(7) $$\mu \geqq \frac{2 \cdot \sin \alpha}{17 \cos \alpha - 10 \cos \alpha_0}.$$

A (7) egyenlőtlenség akkor teljesül minden α-ra, ha a legnagyobb $\alpha_0 = 60^\circ$ értéknél is teljesül, tehát ha

$$\mu \geqq (2/7) \text{ tg } \alpha_0.$$

Numerikusan

$$\mu \geqq 0{,}49.$$

Komornik Vilmos (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)