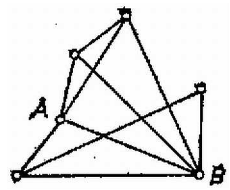
I. megoldás. Veszünk n pontot (1. ábra).



1. ábra

Válasszunk ki tetszőleges kettőt (A és B). R ellenállású vezetőkkel kössük össze a megmaradt pontokat A-val, ill. B-vel, és A-t B-vel. Az A, B pontokra feszültséget kötve, a megmaradt pontok ekvipotenciális pontok. Ezért az elrendezést teljes sokszöggé kiegészítve, az eredő ellenállás nem változik.

Az egyszerűsített rendszerben $n-2$ db $2R$ és egy R nagyságú ellenállás van párhuzamosan kötve, így

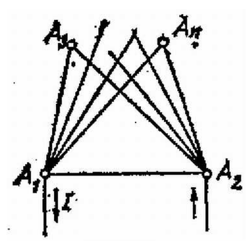
$$\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R}+\frac{n-2}{2R},\qquad R_e=\frac{2R}{n}.$$

Nagy István (Bp., Móricz Zs. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Válasszuk ki a teljes sokszög két tetszőleges pontját (A és B). Minden egyes megmaradt pont A-hoz, B-hez és a többi megmaradt ponthoz ugyanolyan módon csatlakozik, egyik sincs kitüntetve, így az A, B pontokra feszültséget kötve, a maradék pontok ekvipotenciálás pontok lesznek. Tehát a maradékpontokat összekötő ellenállások elhagyhatók. Tovább, mint az I. megoldásban.

Bognár Béla (Sopron, Széchenyi I. Gimn., IV. o. t.)

III. megoldás. Válasszuk ki a teljes sokszög két tetszőleges pontját, majd ezekkel kezdve, számozzuk meg a pontokat: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (2. ábra).



2. ábra

Kössünk U feszültséget az A_1 és A_2 pont közé. Ekkor az A_i pont feszültsége U_i, és az A_i, ill. A_j pontok között folyó áram

$$I_{ij}=\frac{U_i-U_j}{R}.$$

Fölírjuk a csomóponti törvényt az A_1 és A_2 pontokra:

$$I=\sum_{i=1}^{n}I_{1i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{U_1-U_i}{R}=\frac{nU_1}{R}-\frac{1}{R}\sum_{i=1}^{n}U_i,$$

$$I=\sum_{i=1}^{n}I_{i2}=\sum_{i=1}^{n}\frac{U_i-U_2}{R}=\frac{1}{R}\sum_{i=1}^{n}U_i-\frac{nU_2}{R}.$$

$\left(\text{Felhasználtuk, hogy } I_{11}=\dfrac{U_1-U_1}{R}=0=I_{22}.\right)$

A két fenti egyenletet összeadva:

$$2I=\frac{n}{R}(U_1-U_2)=\frac{nU}{R}.$$

Az eredő ellenállás:

$$R_e=\frac{U}{I}=\frac{2R}{n}.$$

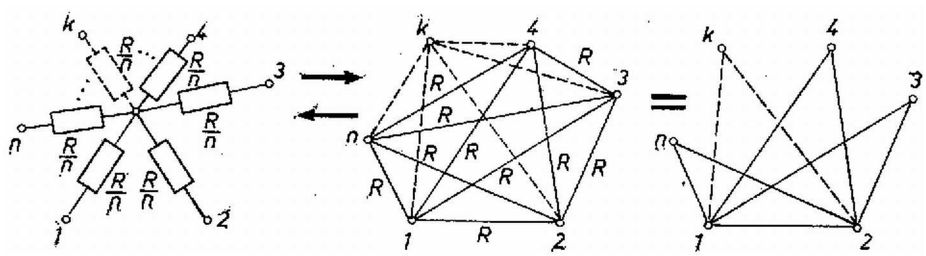
Gál Péter (Bp., Fazekas M. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Sokan egyáltalán nem, vagy nem kielégítően bizonyították, hogy a „maradék pontok" ekvipotenciális pontok, pedig a megoldásnak ez fontos lépése.

2. A feladat eredménye szerint egy n sarokpontból álló teljes sokszög eredő ellenállása egyenlő komponens-ellenállások (R) esetén:

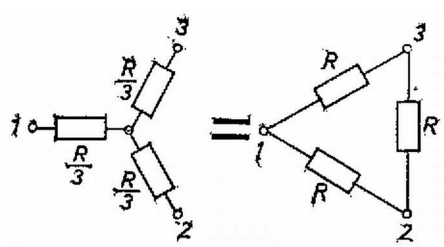
$$R_e = \frac{2R}{n}.$$

Ez az eredmény módot ad rá, hogy megállapíthassuk, miként lehet egy n ágú csillagot n szögű teljes sokszöggé alakítani, ha az összes ellenállások egyenlők az egyes alakzatokban.



3. ábra

Nyilván, mint a 3. ábrán látható $R_{12} = \dfrac{2R}{n} = R_e$, vagyis a csillag bármelyik két pontja közötti ellenállás egyenlő a teljes sokszög eredő ellenállásával. A háromszög-csillag átalakításnál ez közismert (4. ábra).



4. ábra

Dózsa Márton