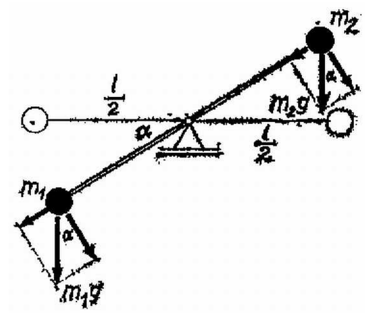
Számítsuk ki, hogy ha a rúd a vízszintessel α szöget zár be, mekkora a rúd pillanatnyi szöggyorsulása.



A forgatónyomatékok összege

$$M = m_1 g(l/2)\cos\alpha - m_2 g(l/2)\cos\alpha = (m_1 - m_2)\, g(l/2)\cos\alpha.$$

A rendszer tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2, \quad \text{így}$$
$$\beta = \frac{M}{\Theta} = \frac{2g(m_1 - m_2)\cos\alpha}{(m_1 + m_2)l}.$$

A szöggyorsulás tehát a mozgás során változik.
A mozgás ideje azonban rövid, így – mint látni fogjuk –, nem követünk el nagy hibát, ha β-t állandónak vesszük. Legyen először $\alpha = 0$, ekkor

$$\beta_1 = \frac{2g}{t}\cdot\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 5\ \mathrm{s}^{-2} \quad (g = 10\ \mathrm{m\ s}^{-2}).$$

Az ekkorának tekintett állandó szöggyorsulással az elfordulás

$$\alpha_1 = \frac{\beta_1}{2}\, t^2 = 2{,}5\ \mathrm{s}^{-2}\cdot 0{,}1^2\ \mathrm{s}^2 = 0{,}025 = 1^\circ 26'.$$

Ez az érték nagyobb a tényleges α szögelfordulásnál, hiszen β_1 a szöggyorsulás maximuma. Mivel a szögelfordulás mindig kisebb α_1-nél, ezért β nagyobb az α_1 kitéréshez tartozó értéknél. Ha tehát β-t az egész mozgás során az α_1-hez tartozó értéknek vesszük (β_2), akkor az elfordulásra alsó becslést kapunk.
Végezzük el ennek megfelelően a számolást:

$$\beta_2 = \frac{2g}{l}\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cos\alpha_1 = \beta_1\cos\alpha_1,$$
$$\alpha_2 = \frac{\beta_2}{2}\, t^2 = \alpha_1\cos\alpha_1 = \alpha_1\cdot 0{,}9997.$$

Így

$$\alpha_2 = \alpha_1\cdot 0{,}9997 < \alpha < \alpha_1.$$

Tehát 0,03% hibával $\alpha = \alpha_1$, ezért a tömegek elmozdulása

$$s = \frac{l}{2}\,\alpha_1 = 1{,}25\ \mathrm{cm}.$$

Éber Nándor (Budapest, Móricz Zs. Gimn., III. o. t.)