Egyensúly esetén a gyertyára ható erők eredője nulla. Ha x-szel jelöljük a folyadékból kiálló rész hosszát, akkor a gyertya meggyújtása pillanatában

$$mg + LA\varrho g = (L-x)A\varrho_0 g, \quad \text{ahonnan}$$

$$x = L\frac{\varrho_0-\varrho}{\varrho_0} - \frac{m}{A\varrho_0}. \tag{1}$$

Miközben a gyertya ég, L állandóan csökken. Vizsgáljuk (1)-nek megfelelően x-et, mint L függvényét. A gyertya addig éghet, ameddig $x>0$. Amikor a gyertya hossza eléri az

$$L_0 = \frac{m}{A(\varrho_0-\varrho)}$$

értéket, akkor $x=0$, és a lángot eloltja a folyadék.

A folyadék alatti rész hossza

$$L-x = L\frac{\varrho}{\varrho_0} + \frac{m}{A\varrho_0},$$

amely L csökkenésével szintén csökken. Ezért abban a pillanatban lesz a legrövidebb rész a folyadék alatt, amikor a gyertya elalszik.

Amennyiben a lemerülő rész és a teljes hossz arányát tekintjük, úgy az

$$\frac{L\dfrac{\varrho}{\varrho_0} + \dfrac{m}{A\varrho_0}}{L} = \frac{\varrho}{\varrho_0} + \frac{m}{A\varrho_0 L}$$

függvényt kell vizsgálnunk, amely azonban L csökkenésével növekszik. Tehát a gyertya meggyújtásának pillanatában volt a gyertya legkisebb hányada a folyadék alatt.

Vizsgáljuk meg, hogy milyen kiindulási értékek mellett van értelme a fenti megoldásnak! A gyertyát csak akkor lehet meggyújtani, ha az úszik a folyadékban. Ennek az a feltétele, hogy a kezdeti L hosszúsággal fennálljon az

$$L\frac{\varrho_0-\varrho}{\varrho} - \frac{m}{A\varrho_0} > 0$$

egyenlőtlenség. Amennyiben egyenlőség vagy fordított egyenlőtlenség teljesül, akkor a gyertya lebeg, illetve elmerül, tehát nem tudjuk meggyújtani.

Szükséges még, hogy a gyertya stabilan függőlegesen álljon a folyadékban. Ez akkor teljesül, ha a gyertya és a fémgolyó közös súlypontja alacsonyabban helyezkedik el, mint a felhajtóerő támadáspontja. Az utóbbi a folyadékba merülő rész geometriai középpontjában van. A súlypont a gyertya aljától

$$s = \frac{LA\varrho}{LA\varrho + m}\cdot\frac{L}{2}$$

távolságban van, a bemerülő rész középpontja pedig

$$h = \frac{m+LA\varrho}{2A\varrho_0}$$

magasságban. A stabilitási feltétel:

$$\frac{L^2A\varrho}{2(LA\varrho+m)} < \frac{m+LA\varrho}{2A\varrho_0},$$

ahonnan átrendezéssel, majd gyököt vonva

$$L < \frac{m}{A(\sqrt{\varrho\varrho_0}-\varrho)}.$$

Ha ez fennáll a kezdeti L értéknél, akkor csökkenő L-lel még jobban teljesül, azaz a gyertya csak a meggyújtása előtt dőlhet el.

Berkes Enikő (Bp., Kossuth Zs. Gimn., III. o. t.)
és *Egyedi Dániel* (Nagykőrös, Arany J. Gimn., IV. o. t.)