Elegendő az áramerősséget vizsgálni, a tisztán ohmos ellenálláson megjelenő feszültség minden időpillanatban egyenlő az áram R_T-szeresével.

Oldjuk meg a feladatot úgy, hogy nem teszünk kikötést a szaggató periódusidejére! Legyen $T = 1/f$ a szaggatás periódusideje, jelöljük az áramkör $\dfrac{L}{R+R_T}$ időállandóját τ-val.

Ha a kapcsoló 2-es állásba való átkapcsolásának pillanatában $I^{(2)}$ áram folyik át a tekercsen, akkor t idő múlva

$$i(t) = I^{(2)} e^{-t/\tau} \tag{1}$$

lesz az áramerősség. Ha az 1-es állásba való visszakapcsolás pillanatában $I^{(1)}$ áram folyik az áramkörben, akkor az átkapcsolás után történteket két folyamat szuperpozíciójának tekinthetjük. Egyrészt az $I^{(1)}$ áram exponenciálisan csökken, másrészt a telep exponenciálisan közelíti az egyensúlynak megfelelő $\dfrac{U}{R+R_\tau} = I_0$ áramerősséget. Az eredő áram:

$$i(t) = I^{(1)} e^{-t/\tau} + \frac{U}{R+R_\tau}\,(1-e^{-t/\tau}). \tag{2}$$

A tekercsen folyó áram nem változhat hirtelen, ezért az átkapcsolás előtti és utáni áramerősségek megegyeznek. Jelöljük a kapcsoló k-adszori 2-es, illetve 1-es állásba váltásakor folyó áramot $I_k^{(2)}$-vel, ill. $I_k^{(1)}$-gyel! Ekkor (1) és (2) $t = T$ időpontbeli értékei a következő rekurziós összefüggéseket szolgáltatják:

$$I_k^{(2)} = I_{k-1}^{(1)} e^{-T/\tau} + \frac{U}{R+R_T}\left(1-e^{-T/\tau}\right), \tag{3}$$

$$I_k^{(1)} = I_k^{(2)} e^{-T/\tau} \tag{4}$$

feltéve, hogy a kapcsoló kezdetben az 1-es állásban volt.

Tegyük fel, hogy a kapcsoló $t=0$-ban az 1-es állásban van és a tekercsen nem folyik áram. Ez az $I_0^{(1)} = 0$ kezdeti feltételnek felel meg. A (3) és (4) egyenletek alapján megkaphatjuk $I_k^{(1)}$ és $I_k^{(2)}$ értékét zárt alakban is.

$$I_k^{(2)} = \frac{U}{R+R_T}\left(1-e^{-T/\tau}\right)\left(1+e^{-2T/\tau}+e^{-4T/\tau}\ldots+e^{-2(k-1)T/\tau}\right).$$

Felhasználva a mértani sor összegképletét:

$$I_k^{(2)} = \frac{U}{R+R_T}\left(1-e^{-T/\tau}\right)\frac{1-e^{-2kT/\tau}}{1-e^{-2T/\tau}} = \frac{U}{R+R_T}\cdot\frac{1-e^{-2kT/\tau}}{1+e^{-T/\tau}}.$$

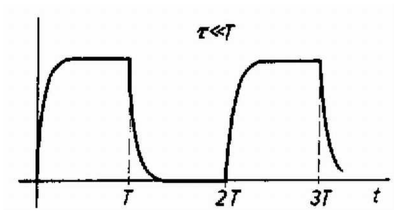
(4) alapján:

$$I_k^{(1)} = \frac{U}{R+R_T}\cdot\frac{1-e^{-2kT/\tau}}{1+e^{-2T/\tau}}e^{-T/\tau} = \frac{U}{R+R_T}\cdot\frac{1-e^{-2kT/\tau}}{1+e^{-T/\tau}}.$$

Ezzel megkaptuk az átkapcsolások pillanatában folyó áramerősségeket, két átkapcsolás közt pedig (1) és (2) érvényes.

Vizsgáljuk meg a két határesetet!

a) Ha $T \gg \tau$, akkor $e^{-T/\tau}$ és $e^{-kT/\tau}$ jó közelítéssel nulla, és így $I_k^{(2)} \approx \dfrac{U}{R+R_T}$, $I_k^{(1)} \approx 0$. Az átkapcsolások után az áram hirtelen eléri a maximális I_0, illetve a nulla értéket (1. ábra).

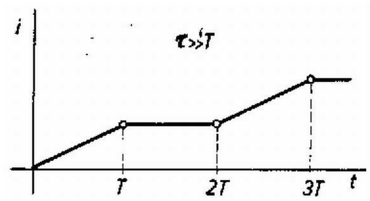


1. ábra

b) Ha $T \ll \tau$, akkor $e^{-T/\tau} \approx 1$, $e^{-kT/\tau}$-ról viszont csak kis k-ra állíthatjuk, hogy $e^{-T/\tau} \approx 1$.Ilyenkor $I_k^{(1)} \approx I_k^{(2)} \approx 0$. Amennyiben kíváncsiak vagyunk arra, hogy mennyiben tér el az áram nullától, úgy $e^{-2kT/\tau}$ helyére 1 helyett a pontosabb $1-2kT/\tau$ kifejezést kell írnunk. Így

$$I_k^{(1)} \approx I_k^{(2)} \approx \frac{U}{R+R_T}\cdot\frac{kT}{\tau}.$$

Az áramkörben lépcsőzetesen növekszik az áram a 2. ábrán látható módon.



2. ábra

Nagyon sok kapcsolgatás után ($kT \approx t$) $e^{-2kT/\tau} \approx 0$, ilyenkor

$$I_k^{(1)} \approx I_k^{(2)} \approx \frac{U}{2R + R_T} = I_0/2.$$

Az áramerősség tehát az $I_0/2$ érték körül ingadozik.

Varga Zsuzsanna (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t.)