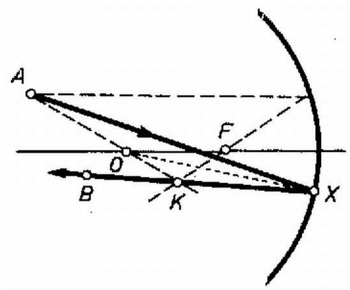
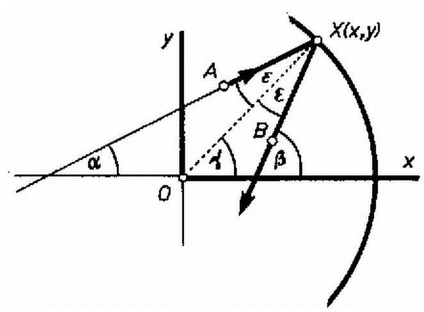
A síktükör hasonló problémájából kiindulva megszerkesztjük az adott A pont K képét (1. ábra).



1. ábra

BK lesz a visszavert fénysugár, tehát a visszaverődés X pontban történt.

Szerkesztésünk csak közelítő pontosságú, mert a gömbtükör leképezési törvénye nem pontos. Pontos eljárás céljából koordináta-rendszerünk origóját a gömbtükör középpontjába helyezzük (2. ábra).



2. ábra

A és B koordinátái x_1, y_1, illetve x_2, y_2, x, y egy olyan X pont koordinátái, amely ponthoz tartozó rádiusszal a fénysugarak egyenlő szögeket zárnak be. Ekkor $\beta - \gamma = \gamma - \alpha$, így $\alpha + \beta = 2\gamma$. Vegyük a kapott egyenlőség két oldalának tangensét:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{2 \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg}^2 \gamma}.$$

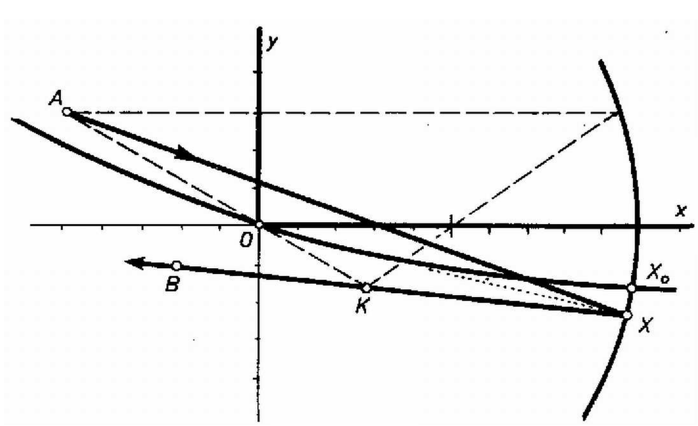
Koordinátákkal felírva:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y - y_1}{x - x_1}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{y - y_2}{x - x_2}, \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{x}{y}.$$

Az előbbi egyenletbe ezeket behelyettesítve, rendezés után kapjuk $x^2 + y^2 = r^2$ figyelembevételével

$$(x_1 y_2 + x_2 y_1)\big(x^2 - y^2\big) - 2(x_1 x_2 - y_1 y_2)xy + r^2\big[(x_1 + x_2)y - (y_2 + y_2)x\big] = 0.$$

Ez egy hiperbola egyenlete, egyébként a fentiek szerint azon pontok mértani helye, ahonnan az A és B pontokba menő egyenesek a gömb rádiuszával egyenlő szögeket zárnak be. Ezt a görbét kell a gömbtükör körével metszeni és megtaláltuk a keresett pontot. Így érthető, hogy a kérdezett pontot általában nem lehet euklideszi szerkesztéssel pontosan megszerkeszteni. A hiperbola két pontban metszi a kört és mindegyik metszéspont megoldást jelent.



3. ábra

3. ábránk arra az esetre érvényes, ha $r = 10$ cm, $x_1 = -5$ cm, $y_1 = 3$ cm, $x_2 = -2$ cm, $y_2 = -1$cm. Az X_0 metszéspont kissé eltér a közelítő szerkesztéssel kapott X ponttól.

Ali Hasszan Ibn al Haitham arabul író tudós a középkorban optikával foglalkozó tudósok közül a legkiválóbb volt. Ezt a tőle származó feladatot lényegében véve ezen a módon oldotta meg.

Vassel Róbert (Bp., I. István Gimn., II. o. t.)