

Jelöljük a fogaskerek tehetetlenségi nyomatékát I_1 , ill. I_2 -vel, a megfelelő szögelfordulásokat φ_1 és φ_2 -vel, a szöggyorsulásokat β_1 és β_2 -vel! Feltételezzük, hogy a fogaskerek között ható F erő érintő irányú. Ez nem szükségszerű, hiszen a fogaskereket tetszőleges erővel egymáshoz szoríthatjuk (statikailag határozatlan feladat), a sugar irányú erő azonban úgysem ad forgatónyomatékot.

Mindkét fogaskerékre felírhatjuk a forgómozgás alapegyenletét:

$$(1) \quad I_1 \beta_1 = -D_1^* \varphi_1 + F r_1,$$

$$(2) \quad I_2 \beta_2 = -D_2^* \varphi_2 - F r_2.$$

Mivel a fogaskerek nem csúszhatnak, a kerületi elmozdulásoknak és a kerületi gyorsulásoknak meg kell egyezniük.

$$(3) \quad r_1 \varphi_1 = r_2 \varphi_2,$$

$$(4) \quad r_1 \beta_1 = r_2 \beta_2.$$

Az (1)–(4) egyenletekből pl. β_1 -et kifejezve:

$$(5) \quad \beta_1 = -\frac{D_1^* r_2^2 + D_2^* r_1^2}{I_1 r_2^2 + I_2 r_1^2} \varphi_1.$$

Ez egy olyan harmonikus rezgőmozgás egyenlete, melynek körfrekvenciája

$$(6) \quad \omega = \sqrt{\frac{D_1^* r_2^2 + D_2^* r_1^2}{I_1 r_2^2 + I_2 r_1^2}}.$$

A szögelfordulás az idő függvényében:

$$\varphi_1 = \Phi_1 \cos \omega t,$$

ahol Φ_1 a legnagyobb szögelfordulást jelöli. A maximális szögsebesség $\Phi_1 \omega$ értékű. A másik fogaskerék mozgását (3) alapján számíthatjuk, a maximális szögsebesség $\Phi_2 \omega = \frac{r_1}{r_2} \Phi_1 \omega$. A legnagyobb szögsebességet a fogaskerek a teljes rezgésidő negyedrésze alatt, tehát $t = \pi/2\omega$ idő múlva éri el.

Az érintkezési pontnál ható erő (1) és (5)-ből fejezhető ki:

$$(7) \quad F = r_1 \cdot \frac{D_1^* I_2 - D_2^* I_1}{I_1 r_2^2 + I_2 r_1^2} \varphi_1.$$

F irányát úgy vettük fel, hogy a második fogaskeréknél növeli a visszahúzó erőt. (7)-ből látható, hogy F akkor pozitív, ha

$$\frac{D_1^*}{I_1} > \frac{D_2^*}{I_2}.$$

Ennek szemléletes jelentése van, hiszen $\frac{D_1^*}{I_1} = \omega_1^2$ és $\frac{D_2^*}{I_2} = \omega_2^2$, ahol ω_1 és ω_2 az egyes fogaskerek körfrekvenciája, akkor, ha nem kapcsolódnak egymáshoz. Ha a fogaskereket összekapcsoljuk, akkor rezgésük körfrekvenciájának meg kell egyeznie. Az F erőnek tehát olyan irányúnak kell lennie, hogy ω_1 -et csökkentse és ω_2 -t növelje.

Amennyiben a fogaskerek jó közelítésben homogén korongoknak tekinthetők, úgy I_1 és I_2 helyében $m_1 r_1^2/2$ és $m_2 r_2^2/2$ írható.

Klebniczki József (Szeged, Ságvári E. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján