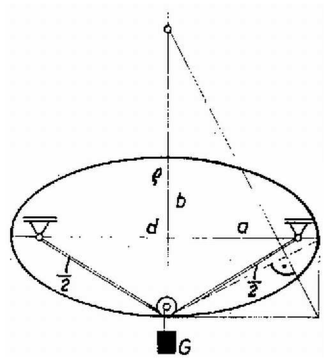
I. megoldás. A test ellipszis íven mozog. Kis kitérés esetén az ellipszis íve helyettesíthető a kistengely végpontjában simuló kör ívével. Ennek a körnek a sugara $\varrho = a^2/b$, (K. M. L. XXVIII. kötet, 129. oldal), ahol a és b az ellipszis fél nagy-, ill. fél kistengelye.



1. ábra

A feladatban leírt ingát ezzel a ϱ sugarú fonálingával helyettesíthetjük (1. ábra), ennek lengésideje

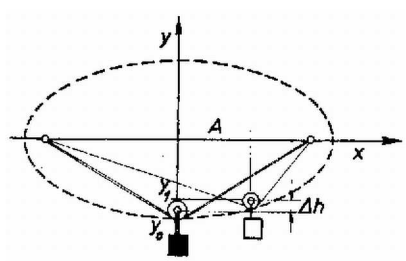
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\varrho}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^2}{bg}} = 2\pi a\sqrt{\frac{1}{bg}} = 2\pi\frac{l}{2}\sqrt{\frac{1}{g\sqrt{\frac{l^2-d^2}{2}}}} = \pi l\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{g\sqrt{l^2-d^2}}}.$$

Végh János (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Az ellipszis egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1. \quad \text{Itt} \quad a=\frac{l}{2}, \quad b=\frac{\sqrt{l^2-d^2}}{2}.$$

A test koordinátái a pálya legmélyebb pontján $(0,\ y_0)$. Ha a testet vízszintesen A távolságra kitérítjük, ordinátája y_1-re változik (2. ábra):



2. ábra

$$\frac{A^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1, \quad y_1 = b\sqrt{1-\frac{A^2}{a^2}}.$$

A test emelkedése $\Delta h = y_0 - y_1 = b\left(1-\sqrt{1-\dfrac{A^2}{a^2}}\right)$. (1)

Írjuk fel az energiamegmaradás tételét felhasználva, hogy a legmélyebb helyzetben a sebesség maximális, a helyzeti energia 0, illetve az A vízszintes távolságra kimozdított helyzetben a helyzeti energia $mg\Delta h$, a mozgási energia 0.

(2) $$(1/2)mv^2 = mg\Delta h.$$

Kis kitérés esetén a test mozgása A amplitúdójú harmonikus rezgőmozgásnak tekinthető, a sebesség amplitúdó $v = A2\pi/T$. Ezt és Δh értékét beírva (2)-be, majd T-t kifejezve, az A^2-et tartalmazó tag elhanyagolásával ugyanazt az eredményt kapjuk, mint az I. megoldásban.

Klebniczki József (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.)