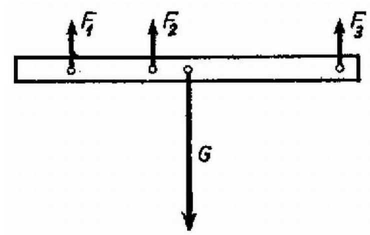

A gerenda egyensúlyának feltétele: a rá ható erők eredője zérus:

$$F = F_1 + F_2 + F_3 - G = 0;$$

bármely pontjára vett forgatónyomatékok összege zérus. Írjuk fel a forgatónyomatékok egyenletét a súlypontra

$$k_1F_1 + k_2F_2 - k_3F_3 = 0.$$

Ennél több egyenlet nem írható fel a három ismeretlenre, de a végtelen sok gyök közül nekünk csak a természetes szám gyökök felelnek meg, ilyen megoldása az egyenletrendszernek csak véges sok létezik, mint azt az alábbiakban megmutatjuk. Fejezzük ki ui. pl. az F_3-at az első egyenletből, és helyettesítsük be a másodikba

$$F_3 = G - F_1 - F_2,$$
$$k_1F_1 + k_2F_2 = k_3(G - F_1 - F_2),$$
$$F_1(k_1 + k_3) + F_2(k_2 + k_3) = k_3G.$$

Helyettesítsük be az ismert adatokat, és írjuk fel F_2-t F_1 függvényeként:

$$F_1 \cdot 7 + F_2 \cdot 5 = 4 \cdot G = 4 \cdot 48,$$
$$F_2 = \frac{192 - 7F_1}{5} = \frac{190 - 5F_1}{5} + \frac{2 - 2F_1}{5} = (38 - F_1) + 2\frac{1 - F_1}{5}.$$

Keressük azokat az F_1 nem negatív egész számokat, amelyeknél F_2 is nem negatív egész. A zárójeles tag mindig egész szám, tehát F_2 akkor és csak akkor egész, ha a $2\frac{1-F_1}{5}$ egész szám. Ez akkor teljesül, ha az F_1 nem negatív egész szám $5k+1$ alakú. Mivel $F_1 \geq 0$, azért k lehetséges értékei: $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ F_2-nek is nem negatívnak kell lennie:

$$0 \leq (38 - F_1) + 2\frac{1 - F_1}{5} = (38 - 1 - 5k) + 2\frac{1 - 1 - 5k}{5} = 37 - 7k,$$

Ebből $k \leq 5$.

Ennek megfelelően a következő megoldásokat kapjuk:

$k = 0$	$F_1 = 1$ kp	$F_2 = 37$ kp	$F_3 = 10$ kp
$k = 1$	6 kp	30 kp	12 kp
$k = 2$	11 kp	23 kp	14 kp
$k = 3$	16 kp	16 kp	16 kp
$k = 4$	21 kp	9 kp	18 kp
$k = 5$	26 kp	2 kp	20 kp

A többi G érték esetén kétféle módon járhatunk el. Az egyik lehetőség az, hogy újra felírjuk az egyenletrendszert, az új G értékére és megkeressük a megfelelő megoldásokat. A másik lehetőség azon alapszik, hogy a következő G érték éppen fele az előzőnek. Tehát ki kell választani az előző G esetén adódó megoldások közül azokat a számhármasokat, amelyeknek minden tagja páros, és osztani kell őket 2-vel.

Bármelyik megoldást választva a következő eredményeket kapjuk:

$G = 24$ kp esetén

F_1 (kp)	F_2 (kp)	F_3 (kp)
3	15	6
8	8	8
13	1	10

$G = 12$ kp esetén

$$F_1 = 4 \text{ kp} \quad F_2 = 4 \text{ kp} \quad F_3 = 4 \text{ kp},$$

$G = 6$ kp esetén

$$F_1 = F_2 = F_3 = 2 \text{ kp},$$

$G = 3$ kp esetén

$$F_1 = F_2 = F_3 = 1 \text{ kp}.$$

Sebestyén Péter (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o. t.)