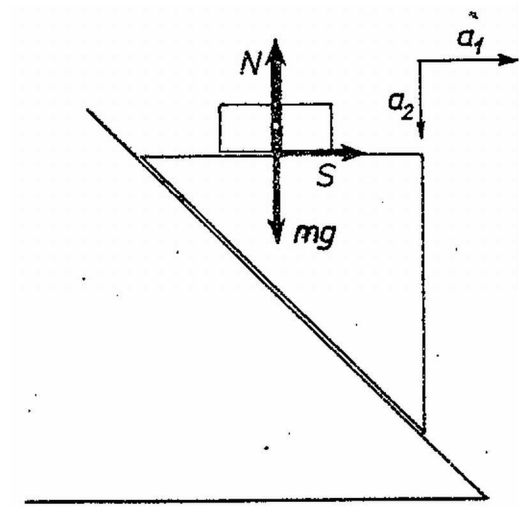
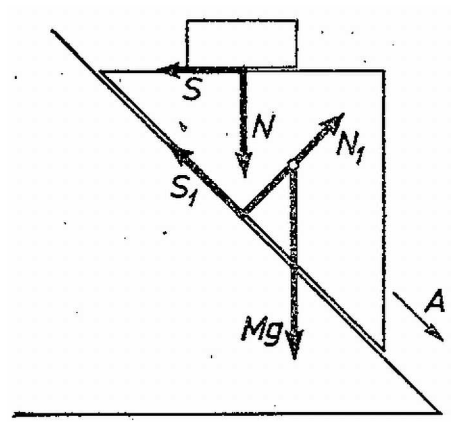
Először tegyük fel, hogy a súrlódási együttható elég kicsi ahhoz, hogy az ék lecsússzon a lejtőn és az m tömegű test elmozduljon az ékhez képest.

Az ék gyorsulása párhuzamos a lejtővel, jelöljük ezt A-val, a másik test gyorsulása ismeretlen nagyságú és irányú vezessük be a gyorsulás a_1 és a_2 komponensét az ábra szerint.



1. ábra

Az első ábrán felrajzoltuk az m tömegű testre ható összes erőt: a testet vonzza a Föld (mg) és kapcsolatban (kölcsönhatásban) áll az ékkel (nyomóerő N és súrlódási erő S).



2. ábra

A második ábrára az ékre ható összes erőt rajzoltuk be: a súlyerő (Mg), a felső test hatása (az előző N és S ellenereje) és a lejtővel való kölcsönhatás erői (N_1, S_1).

A mozgásegyenletek rendre (a felső testre ható erők vízszintes és függőleges vetületeire, az ékre a lejtővel párhuzamos, majd merőleges irányban) $\sin 45° = \cos 45° = 1/\sqrt{2}$ alapján:

$$ma_1 = S, \tag{1}$$

$$ma_2 = mg - N, \tag{2}$$

$$MA = \frac{Mg}{\sqrt{2}} - S_1 + \frac{N}{\sqrt{2}} - \frac{S}{\sqrt{2}}, \tag{3}$$

$$0 = \frac{Mg}{\sqrt{2}} - N_1 + \frac{N}{\sqrt{2}} + \frac{S}{\sqrt{2}}. \tag{4}$$

Az a_2 és A gyorsulások nem függetlenek egymástól:

$$a_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

Kezdeti feltevésünk értelmében

$$S = \mu N, \tag{6}$$

$$S_1 = \mu N_1. \tag{7}$$

Ebben a hét egyenletből álló egyenletrendszerben a_1, a_2, A, N, N_1, S, S_1 ismeretlen, a megoldás

$$a_1 = \frac{\mu M g(1+\mu)}{2M + m(1-2\mu-\mu^2)}, \tag{8}$$

$$a_2 = \frac{M(1-\mu) + m(1-2\mu-\mu^2)}{2M + m(1-2\mu-\mu^2)} \cdot g, \tag{9}$$

$$A = a_2 \cdot \sqrt{2}. \tag{10}$$

Ezek a képletek természetesen csak akkor érvényesek, ha kezdeti feltevésünk, vagyis hogy μ elég kicsi, teljesül. Keressük meg a legnagyobb súrlódási együtthatót (μ_1), amelyik még „elég kicsi", majd vizsgáljuk meg az ennél nagyobb μ esetében lezajló mozgást μ_1 értékénél a (8), (9), (10) megoldások még éppen érvényben maradnak, de a két test már összetapadva csúszik le a lejtőn:

$$a_1 = a_2. \tag{11}$$

Behelyettesítve:

$$\frac{\mu_1 M g(1+\mu_1)}{2M + m(1-2\mu_1-\mu_1^2)} = \frac{M(1-\mu_1) + m(1-2\mu_1-\mu_1^2)}{2M + m(1-2\mu_1-\mu_1^2)} g.$$

Ez az egyenlet μ_1-re másodfokú, a pozitív gyök

$$\mu_1 = \sqrt{2} - 1.$$

(Látjuk, hogy a

$$2M + m(1-2\mu_1-\mu_1^2)$$

nevező sohasem nulla, amíg $\mu \leqq \mu_1$ teljesül.)

Ha $\mu > \mu_1$, a két test összetapadva csúszik lefelé, a mozgást az (1), (2), (3), (4), (5), (7) és (11) egyenletek írják le. A gyorsulásra természetesen

$$A = g\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \mu\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \tag{12}$$

összefüggés adódik, azonban ez csak a $\mu_1 \le \mu \le \mu_2 = 1$ esetben érvényes. Ennél nagyobb súrlódási együttható esetében a testek maguktól nem jönnek mozgásba.

Összefoglalva eredményeinket, ha
$\mu \le \sqrt{2} - 1$, a (8), (9), (10) képletek, ha
$\sqrt{2} - 1 \le \mu \le 1$, akkor a (10), (11), (12) képletek adják a gyorsulásokat, ha
$\mu \ge 1$ akkor a gyorsulások nullák.

(Több dolgozat alapján)