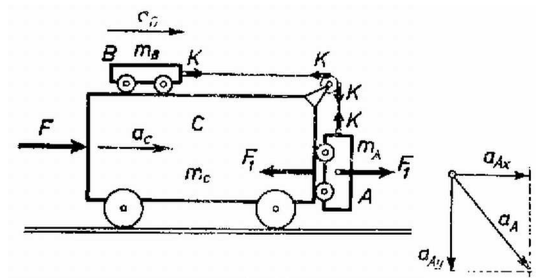
I. megoldás. Írjuk föl a mozgásegyenleteket *mindhárom kocsira*, A-nál a függőleges és vízszintes komponensekre egyaránt (1. ábra).



1. ábra

Tételezzük fel, hogy $a_C \geq 0$, így az A kocsi érintkezik C-vel, és köztük $F_1 \geq 0$ erő lép fel.

$$m_A a_{Ax} = F_1, \quad m_A a_{Ay} = m_A g - K, \quad m_B a_B = K, \quad m_C a_C = F - F_1 - K.$$

A és C kocsi érintkezéséből következő kényszerfeltétel

$$a_A x = a_C.$$

A fonal nyújthatatlanságából következik, hogy a rendszert elmozdítva

$$\Delta x_B = \Delta x_C + \Delta y_A,$$
$$a_B \frac{t^2}{2} = a_C \frac{t^2}{2} + a_{Ay} \frac{t^2}{2},$$
$$a_B = a_C + a_{Ay}.$$

Az egyenletrendszert megoldva

$$a_{Ax} = a_C = \frac{(m_A + m_B)F - m_A m_B g}{(m_A + m_B)(m_A + m_C) + m_A m_B},$$
$$a_{Ay} = \frac{(m_A + m_B + m_C)m_A g - m_B F}{(m_A + m_B)(m_A + m_C) + m_A m_B},$$
$$a_B = \frac{[(m_A + m_C)g + F]m_A}{m_A + m_B)(m_A + m_C) + (m_A + m_B)}.$$

Numerikus adatokkal: $a_{Ax} = a_C = 3{,}27\ \mathrm{m/s^2}$, $a_{Ay} = 4{,}57\ \mathrm{m/s^2}$, $a_B = 7{,}84\ \mathrm{m/s^2}$. Az A kocsi eredő gyorsulása $a_B = \sqrt{a_{Ax}^2 + a_{Ay}^2} = 5{,}63\ \mathrm{m/s^2}$ vízszintessel bezárt szöge $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a_{Ay}}{a_{Ax}}$, ahonnan $\alpha = 54{,}50°$

Sailer Kornél (Ózd, József A. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Egyenletrendszerünket azzal a feltételezéssel írtuk fel, hogy A és C kocsi érintkezik egymással, tehát $a_C \geq 0$. Ennek feltétele a megoldás felhasználásával

$$F \geq \frac{m_A m_B g}{m_A + m_B}.$$

Numerikus adataink eleget tesznek ennek a feltételnek, így megoldásunk helyes volt.

A és B kocsi akkor nem mozdul el C-hez viszonyítva, ha $a_{Ay} = 0$, vagyis

$$F = (m_A + m_B + m_C)\frac{m_A}{m_B} g.$$

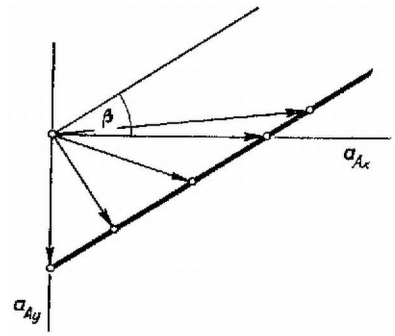
Ha F ennél nagyobb, akkor felfelé, ha kisebb, lefelé mozdul el A.

Érdekes még megvizsgálni A eredő gyorsulásának nagyság és irány szerinti változását. Ehhez ábrázoljuk az $a_{Ax} = f(a_{Ay})$ függvényt az F paraméter kiküszöbölésével. Ennek egyenlete

$$a_{Ax} = \frac{m_A}{m_B} g - \frac{m_A + m_B}{m_B} a_{Ay},$$

tehát a függvény képe egy egyenes.

A kocsi gyorsulását nagyság és irány szerint (2. ábra) megadja az egyenes valamely pontjának helyvektora.



2. ábra

Innen közvetlenül leolvashatók a gyorsulások értékei abban az esetben, ha C áll ($a_{Ax}=0$), vagy A és B áll C-hez viszonyítva ($a_{Ay}=0$. Ha F az $\frac{m_A m_B g}{m_A+m_B}$ értéktől kiindulva nő, akkor a_A végpontja végigfut az egyenesen. a_A-nak a vízszintessel bezárt szöge F növelésével β-hoz tart, de mindig kisebb β-nál.

Kereszturi András (Bp., Eötvös J. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Megoldható a feladat az energiamegmaradás tételének felhasználásával is. Ugyanis álló helyzetből t ideig gyorsítva a rendszert az energiamegmaradás tétele szerint

$$\frac{1}{2}m_A v_A^2+\frac{1}{2}m_B v_B^2+\frac{1}{2}m_C v_C^2=Fs_C+m_A g s_A,$$

$v=at$ és $s=at^2/2$ összefüggés felhasználásával

$$\frac{1}{2}m_A\left(\sqrt{a_{Ax}^2+a_{Ay}^2}\,t\right)^2+\frac{1}{2}m_B(a_B t)^2+\frac{1}{2}m_C(a_C t)^2=F\cdot\frac{1}{2}a_C t^2+m_A g\frac{1}{2}a_{Ay}t^2.$$

$$m_A(a_{Ax}^2+a_{Ay}^2)+m_B a_B^2+m_C a_C^2=Fa_C+m_A g a_{Ay}. \tag{1}$$

C-hez rögzített, tehát a_C-vel gyorsuló koordináta-rendszerben minden m tömegre $-ma_C$ erő hat, így az energiamegmaradás törvénye

$$\frac{1}{2}m_A(a_{Ay}t)^2+\frac{1}{2}m_B[(a_B-a_C)t]^2=(m_A g-m_B a_C)\frac{1}{2}a_{Ay}t^2,$$

$$m_A a_{Ay}^2+m_B(a_B-a_C)^2=(m_A g-m_B a_C)a_{Ay}. \tag{2}$$

A kényszerfeltételek hozzávételével az (1), (2) egyenletrendszer megoldható.

Ez a megoldás nemcsak az energiamegmaradás törvényét, hanem a tehetetlenségi erő fölvételével Newton II. törvényét is fölhasználja, előnye mégis az, hogy a kényszererők nem végeznek munkát, így ezekkel nem kell számolunk.

Mihály György (Bp., Kölcsey F. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A legtöbb dolgozat azért nem nyert pontot, mert szerzőjük a 3 testből álló rendszerre egyetlen mozgásegyenletet írt fel. Newton II. törvényét minden egyes testre külön-külön kell alkalmaznunk.