

Osszuk fel a rudat n darab Δl hosszúságú részre, melyek tömege egyaránt $\Delta m = \rho A \Delta l$.
Vizsgáljuk meg a forgástengelytől számított k -adik darab megnyúlását:

$$\delta l_k = \frac{\Delta l \cdot F_k}{EA},$$

ahol F_k annak a centripetális erőnek az ellenereje, amely a rúdnek a k -adik darabon túli többi részét a körpályán való mozgásra kényszeríti. Ennek nagysága egyenlő a k -adik darabon túli részekre ható centripetális erők összegével:

$$\begin{aligned} F_k &= \sum_{f=k}^{n-1} \Delta m \cdot \left(j + \frac{1}{2}\right) \Delta l \cdot \omega^2 = \Delta m \cdot \Delta l \cdot \omega^2 \sum_{f=k}^{n-1} \left(j + \frac{1}{2}\right) = \\ &= \Delta m \cdot \Delta l \cdot \omega^2 \frac{(n-k)(n+k)}{2} = \Delta m \cdot \Delta l \cdot \omega^2 \cdot \frac{1}{2}(n^2 - k^2). \end{aligned}$$

A teljes megnyúlás ezen elemi megnyúlások összegeként adódik:

$$\Delta L \approx \frac{\rho \omega^2}{E} (\Delta l)^3 \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (n^2 - k^2).$$

Mivel

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6},$$

ezért az összegzés egyszerűen elvégezhető:

$$\Delta L \approx \frac{\rho \omega^2}{E} (\Delta l)^3 \frac{4n^3 - 3n^2 - n}{12}.$$

Felhasználva, hogy $\Delta l = L/n$, kapjuk:

$$\Delta L \approx \frac{\rho \omega^2}{E} \cdot \frac{L^3}{n^3} \frac{4n^3 - 3n^2 - n}{12} = \frac{\rho \omega^2}{E} L^3 \frac{4 - 3/n - 1/n^2}{12}.$$

Ha n tart végtelenhez, akkor $3/n$ és $1/n^2$ tart 0-hoz, tehát a jobb oldal határértékeként a teljes megnyúlásra nyerjük

$$\Delta L = \frac{\rho \omega^2}{3E} L^3.$$

Klebniczki József (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.)