

Ha  $M$  nem mozgott a dobozhoz képest, akkor a doboz közepén helyezkedett el. Földetérés után az  $M$  test harmonikus rezgőmozgást végez, melynek centruma  $y_0 = \frac{Mg}{2D}$ -vel a szimmetriahelyzet alatt van. A rezgés körfrekvenciája:  $\omega = \sqrt{\frac{2D}{M}}$  és ha  $A$  a rezgés amplitúdója, az  $M$  tömeg  $t_0$  idő alatt ér a rezgőmozgás centrumába, akkor:

$$y_0 = \frac{Mg}{2D} = A \cdot \sin \omega t_0$$

és

$$v_0 = A\omega \cos \omega t_0,$$

ahonnan  $A$  és  $t_0$  kifejezhető:

$$A = \sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{Mg}{2D}\right)^2} \quad \text{és} \quad t_0 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2Dv_0}{Mg\omega}\right)^2}}.$$

Utóbbiban felhasználva, hogy  $\omega^2 = \frac{2D}{M}$ :

$$t_0 = \sqrt{\frac{M}{2D}} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2Dv_0^2}{Mg^2}}}.$$

Az  $y_0$  helyzetbe a rezgő tömeg félperiódusnyi idő, azaz

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{M}{2D}}$$

múlva tér vissza alulról, majd  $t_1$  idő alatt éri el azt az  $y_1$  kitérést, melynél a rugóerők eléri az  $mg$  értéket és a doboz felemelkedik. Ekkor az  $M$  tömeg a doboz közepe fölött  $mg/2D$  magasságban van, a rezgéscentrumtól a kitérése így

$$y_1 = \frac{mg}{2D} + y_0 = \frac{mg}{2D} + \frac{Mg}{2D} = \frac{m+M}{2D}g = A \cdot \sin \omega t_1.$$

Innen kifejezhetjük  $t_1$ -et, felhasználva  $A$  és  $\omega$  már ismert kifejezéseit:

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{y_1}{A} = \sqrt{\frac{M}{2D}} \arcsin \frac{(m+M)g}{\sqrt{2MDv_0^2 + M^2g^2}}.$$

A földetéréstől a felemelkedésig eltelt idő:

$$t = t_0 + \frac{T}{2} + t_1 = \sqrt{\frac{M}{2D}} \left( \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2Dv_0^2}{Mg^2}}} + \pi + \arcsin \frac{(m+M)g}{\sqrt{2MDv_0^2 + M^2g^2}} \right).$$

Numerikusan:  $t = 0,893$  s adódik.

Annak feltétele, hogy a doboz egyáltalán felemelkedjék:

$$A > y_1,$$

vagyis

$$\sqrt{\frac{Mv_0^2}{2D} + \left(\frac{Mg}{2D}\right)^2} > \frac{(m+M)g}{2D},$$

egyszerűbben

$$M > \frac{m/2}{\frac{Dv_0^2}{mg^2} - 1}.$$