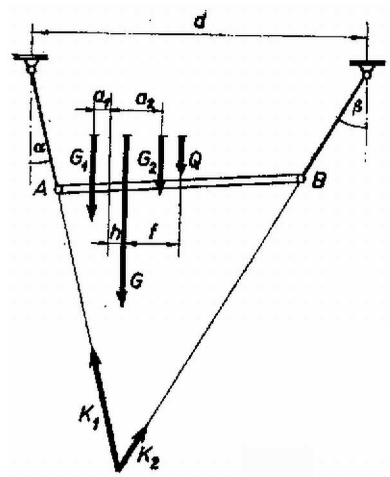
I. megoldás. A merev rúd egyensúlyának az a feltétele, hogy a rá ható eredő erő és az eredő forgatónyomaték nulla legyen. Ez csak akkor teljesülhet, ha a G_1, G_2 és Q súlyerők G eredőjének és a K_1, K_2 kötélerőknek a hatásvonala egy pontban metszi egymást.

Ennek alapján a szerkesztéses megoldás könnyen adódik (1. ábra).

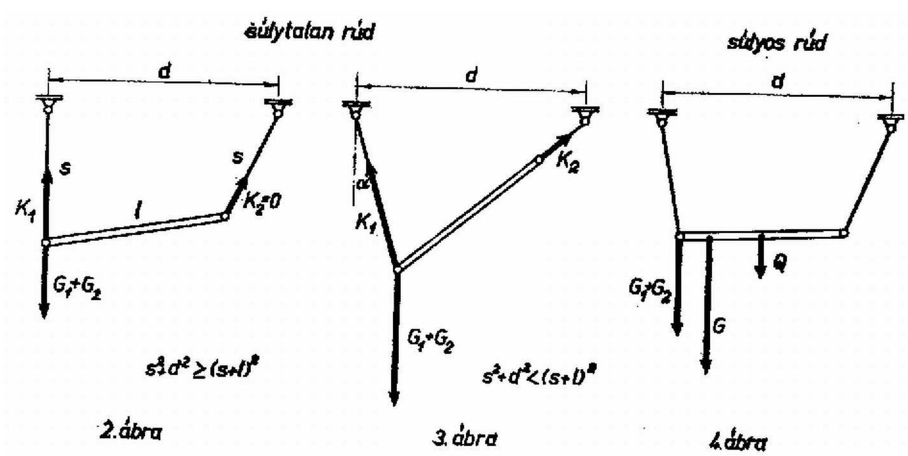


1. ábra

Először meghúzzuk a K_1, K_2 hatásvonalának metszéspontján átmenő függőlegest, erre illeszkedik G_1, G_2 és Q eredője, G. Megszerkesztjük G_1 és G_2 eredőjének az $f \cdot Q = h(G_1 + G_2)$ feltételt kielégítő h távolságát G-től. Ezután a h-val jellemzett hatásvonal ellenkező oldalára G_1 és G_2 már sokféleképpen vehető fel, csak a $G_1 a_1 = G_2 a_2$ feltételt kell kielégíteni (s természetesen G_1, G_2-nek a rúdon kell maradnia). Ha $Q = 0$ a szerkesztés egyszerűsödik.

A szerkesztésből látható, hogy β annál nagyobb, minél közelebb van G hatásvonala A-hoz. Ezért β akkor maximális, ha a G_1, G_2 súlyokat A-ba helyezzük. α értéke akkor nulla, ha $s^2 + d^2 \geqq (s + l)^2$ és a rúd súlytalan (2. ábra). Ha $s^2 + d^2 < (s + l)^2$, súlytalan rúd esetén a jobb oldali kötél a rúddal egy egyenesbe esik (3. ábra), s az így keletkezett háromszögből cosinus tétellel:

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\ \alpha = \frac{d^2 - l^2 - 2ls}{2ds}.$$



Súlyos rúd esetén (4. ábra) az eredő G erő nem kerülhet A-ba, s így a jobb oldali kötél a rúddal nem alkot egy egyenest. A maximális β-hoz tartozó α ekkor is kiszámítható, de nehezebben (lásd a II. megoldást).

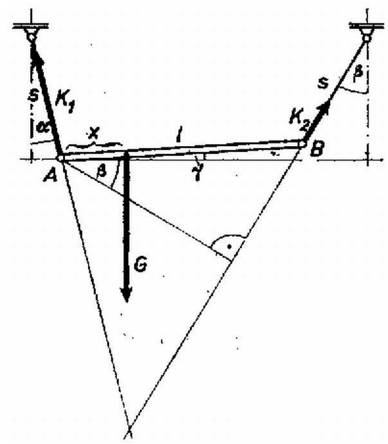
Zámolyi Ferenc (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Felírjuk a merev rúd egyensúlyának feltételét kifejező egyenleteket (5. ábra):

(1) $$K_1\ \sin\ \alpha = K_2\ \sin\ \beta,$$

(2) $$K_1\ \cos\ \alpha + K_2\ \cos\ \beta = G,$$

(3) $$Gx\ \cos\ y - K_2 l\ \cos\ (\beta + y) = 0.$$



5. ábra

Továbbá az ábráról

$$\operatorname{tg} y = \frac{s(\cos\alpha - \cos\beta)}{d - s(\sin\alpha + \sin\beta)}. \tag{4}$$

Az első két egyenletből

$$K_2 = \frac{G}{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin\beta + \cos\beta},$$

ezt a harmadikba helyettesítve kapjuk:

$$x = l\left[\frac{1}{\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha + 1} + \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)(d/s - \sin\alpha - \sin\beta)}\right].$$

Az így kapott támadáspont 2 oldalára az I. megoldásban kifejtett módon (tehát, hogy G_1, G_2, Q eredőjének hatásvonala a rudat A-tól a fenti x távolságra messe) lehet elhelyezni a súlyokat. Konkrét esetben elég α és β közül az egyiket megadni, mert fennáll közöttük a következő összefüggés:

$$s \cdot \sin\alpha + \sqrt{l^2 - s^2(\cos\alpha - \cos\beta)^2} + s\sqrt{1 - \cos^2\beta} = d. \tag{5}$$

Ez átrendezés és kétszeri négyzetre emelés után egy $\cos\beta$-ban másodfokú egyenletre vezet, melyet adott s, l, d, α értékek esetén nem nehéz megoldani. A maximális β kérdését az első megoldáshoz hasonlóan tárgyalhatjuk, kiegészítve azzal, hogy súlyos rúd esetén is kiszámíthatjuk a maximális β-hoz tartozó α-t az (1)–(5) egyenletek segítségével ($x = 0$-t helyettesítve).

Ábrahám Zoltán (Nagykőrös, Arany J. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A valóságban $s^2 + d^2 \geq (s + l)^2$ esetén sem valósítható meg teljesen az $\alpha = 0$ helyzet, mert a jobb oldali kötél csak akkor feszes (s tetszőlegesen kis súlyú rúd esetén feszes), ha hat benne erő, s ezt az erőt csak függőleges erők (K_1, $G_1 + G_2$) nem kompenzálhatják.