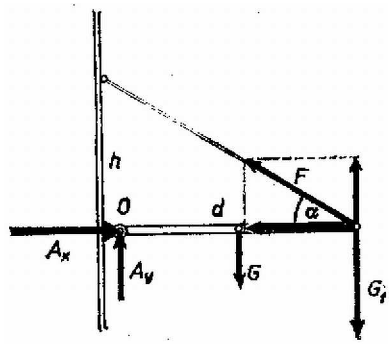
Feltételezzük a következőket: a rúd vízszintes tengelyű csuklóval csatlakozik a falhoz, tehát a kötél megnyúlása és a lehajlás miatt nem lép fel a rúdban rugalmas erő, továbbá a lehajlás miatt fellépő szögváltozás elhanyagolható.



1. ábra

Az erő egyensúly-egyenletei (1. ábra)

$$A_x - F\cos\alpha = 0,$$
$$A_y + F\sin\alpha - G - G_1' = 0.$$

A forgatónyomatékok egyensúlyegyenlete (O pontra):

$$G\cdot\frac{d}{2} + G_1\cdot d - F\cdot\sin\alpha\cdot d = 0$$

és

$$\sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2+d^2}}.$$

Az egyenleteket megoldva

$$F = \left(\frac{G}{2}+G_1\right)\sqrt{1+\frac{d^2}{h^2}}.$$

A megnyúlás

$$\lambda = \frac{F\cdot l}{E\cdot q}, \text{ahol}$$

$l=\sqrt{d^2+h^2}$ a kötél hossza és $q=r^2\pi$ a keresztmetszete. Így

$$\lambda = \frac{\frac{G}{2}+G_1}{E\cdot q}\cdot\frac{h^2+d^2}{h}.$$

A minimum helyen a függvény első differenciálhányadosa eltűnik. $\lambda=\text{min.}$, ha

$$\left(\frac{h^2+d^2}{h}\right)' = 1-\frac{d^2}{h^2} = 0,\ \text{azaz}\ h=d.$$

(A $h=-d$ érték fizikailag értelmetlen.)

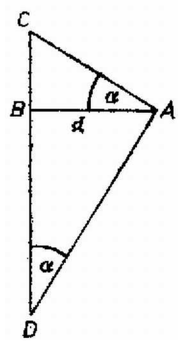
$$\lambda_{\min} = \frac{\frac{G}{2}+G_1}{E\cdot q}\cdot 2d = 0{,}278\ \text{mm}$$

és a minimális megnyúláshoz tartozó kötélerő

$$F = \left(\frac{G}{2}+G_1\right)\sqrt{2} = 24{,}74\ \text{kp}.$$

Fittler Katalin (Mosonmagyaróvár, Kossuth Gimn., II. o. t.)
Szabó László (Győr, Révai M. Girnn., M. o. t.)

Megjegyzés. A minimum kiszámítása más módszerrel is történhet.



1. ábra

A 2. ábráról felírható
$$\frac{CA}{CD}=\frac{CB}{CA},\qquad CD=y=\frac{CA^2}{CB}=\frac{h^2+d^2}{h}.$$
y szakaszt az A pont körül forgó derékszög két szára metszi ki a d távolságra fekvő egyenesből. Belátható, hogy y annál nagyobb, minél nagyobb CB és DB közül a nagyobbik. y akkor a legkisebb, amikor CB és DB közül a nagyobbik a legkisebb, tehát amikor egyenlők.

Fischer Ágnes (Bp. Móricz Zs. Gimn., III. o. t.)

Legyen $h=d+x$, ekkor belátható, hogy az $y=\dfrac{d^2+(d+x)^2}{d+x}$ kifejezés minimuma $x=0$-nál van. Ugyanis induljunk ki abból, hogy $x^2\geq 0$ (az egyenlőség $x=0$ esetén áll fenn).

Mindkét oldalhoz adjunk $2d^2+2dx$-et:
$$d^2+d^2+2dx+x^2\geq 2d^2+2dx.$$
Ezért
$$d^2+(d+x)^2\geq 2d(d+x).$$
Mivel $h=d+x>0$, írhatjuk, hogy
$$\frac{d^2+(d+x)^2}{d+x}\geq 2d.$$
Egyenlőség akkor van, ha $x=0$, azaz ha $h=d$.

Nagy András (Budapest, Fazekas M. Gimn., II. o. t.)