

Vegyük számba a golyóra ható erőket! Az egyik a lefelé mutató súlyerő, a másik a kúppalástra merőleges kényszererő. Ezen erők forgatónyomatéka a kúp tengelyére nézve zérus, hiszen az egyik párhuzamos vele, a másiknak pedig a hatásvonala átmegy rajta. Ezért a tengelyre vett impulzusmomentum a mozgás során nem változik, azaz $mv_1r_1 = mv_2r_2$, ahol v_1, v_2 a vízszintes irányú sebességkomponensek a mozgás elején és a végén. Mivel a kényszererők munkája zérus, felírhatunk egy egyenletet az energiamegmaradásra is:

$$mv_1^2/2 = mgh + mv_2^2/2 + mw_2^2/2,$$

ahol w_2 a kúp alkotója irányába mutató sebességkomponens (a belövéskor $w_1 = 0$). A fenti két egyenletből a

$$v_1^2 = (2gh + u_2^2)/(1 - r_1/r_2)^2$$

eredményt kapjuk.

Értelmezzük az eredményt! Nézzük meg, mi annak a feltétele, hogy a belövés után a golyó vízszintes pályán mozogjon. Ez akkor áll elő, ha a centripetális ellenerő és a súlyerő eredője merőleges a kúppalástra, azaz

$$mv_1^2/r_1 = mg \cdot \text{ctg } \alpha = mhg/(r_2 - r_1), \text{ ahonnan } v_1^2 = r_1 \cdot g \cdot \text{ctg } \alpha.$$

Ha a sebesség ennél nagyobb, akkor a golyó felfelé mutató w -vel, ha kisebb, lefelé mutató w -vel nagyobb, ill. kisebb sugarú pályára tér át (spirális pályán fog mozogni). Ha felfelé indul el, akkor az előbbi eredmény szerint ahhoz, hogy

a golyó h magasságban kirepülhessen a csonkakúpból, $\sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}}$ -nél nagyobb v_1 vízszintes sebességgel kell belőni.

Ha viszont a felső szélen lőjük be, akkor $\sqrt{\frac{-2gh}{1 - \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2}}$ -nél kisebb v_1 vízszintes sebességgel kell belőni ahhoz, hogy alul

elhagyhassa a csonkakúpot.

Fejes Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., I. o. t.)

Harmat Péter (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. Gimn., III. o. t.)