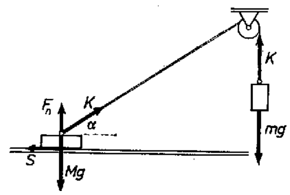
Az 1. ábrán berajzoltuk a két testre ható erőket: az m tömegű testre az mg súlyerő és a K kötélerő hat, az M tömegű testre pedig az Mg súlyerő, a K kötélerő, a talaj F_n függőleges nyomóereje és az S súrlódási erő. Jelöljük az m tömeg gyorsulását a-val (függőlegesen lefelé irányul), az M tömegét A-val (vízszintesen jobbra irányul).



1. ábra

A mozgásegyenlet az m tömegű testre:

(1) $$ma = mg - K,$$

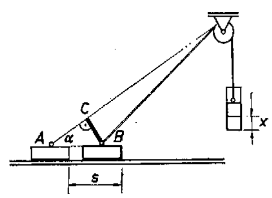
az M tömegű testre komponensenként

(2) $$MA = K \cdot \cos\alpha - S,$$
(3) $$0 = Mg - F_n - K \cdot \sin\alpha.$$

Feltételezve, hogy a súrlódási együttható nem túl nagy, azaz a testek mozgásba jönnek:

(4) $$S = \mu \cdot F_n.$$

Egyenleteinkben öt ismeretlen van, az ötödik egyenletet a két test gyorsulása közötti összefüggés, a kényszeregyenlet adja meg, vagyis az, hogy a kötél hossza állandó. Tegyük fel, hogy az indulás után bizonyos t idő alatt a két test s, illetve x utat tett meg (2. ábra).



2. ábra

Vegyük fel a C pontot úgy, hogy $\overline{OB} = \overline{OC}$ legyen. Ekkor az ACB szög, feltételezve, hogy az s út kicsi, jó közelítéssel derékszög. $AC = x$, mivel a kötél nyújthatatlan, vagyis

$$x = s \cdot \cos\alpha.$$

Ebbe az $x = (1/2)a \cdot t^2$ és $s = (1/2)At^2$ összefüggéseket behelyettesítve

(5) $$a = A \cdot \cos\alpha.$$

Egyenletrendszerünk most már megoldható:

$$A = \frac{m(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu M}{m\cos\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) + M} g,$$

ahol

$$\cos\alpha = \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}} \qquad \text{és} \qquad \sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}}.$$

Vizsgáljuk még meg, hogy mikor teljesül a (4) egyenlet, vagyis mi az elindulás feltétele! Ha az egyenletrendszerből $A < 0$ adódik, akkor valójában $A = 0$ és nem indul el a test, $S < \mu F_n$.

Határesetben

$$A = \frac{m(\cos\alpha + \mu_0\sin\alpha) - \mu_0 M}{m\cos\ \alpha(\cos\alpha + \mu_0\sin\alpha) + M}\ g = 0.$$

Kifejezve a kritikus súrlódási együttható értékét

$$\mu_0 = \frac{m\cos\alpha}{M - m\sin\alpha}.$$

Ha $\mu < \mu_0$, akkor a mozgás elindul, az egyenletrendszer érvényes.
Ha $\mu \geqq \mu_0$, akkor $A = 0$.
Adatainkkal $\mu_0 = 2{,}7$ adódik, vagyis tetszőleges $\mu < 2{,}7$ súrlódási együtthatóval létrejön a mozgás, nem következik be tapadás.

A tégla akkor emelkedik fel az asztalról, amikor F_n-re az egyenletrendszerből kapott érték negatív, vagyis (3)-ból:

$$Mg < K \sin\alpha$$

lenne. A (2) egyenletet és A értékét felhasználva kapjuk, hogy

$$\sin^2\alpha + \sin\alpha - 1 > \frac{M}{m}.$$

Esetünkben a tégla olyan α_0 szögnél emelkedik fel, amelyre

$$\sin^2\alpha_0 + \sin\alpha_0 - 1 = 2/3.$$

Innen (a pozitív gyök)

$$\sin\alpha_0 = 0{,}8845,$$

azaz $d_0 = h \operatorname{ctg} \alpha = 0{,}53$ m távolságban fog a tégla felemelkedni az asztalról. (A megoldásban a tégla vastagságát h-hoz képest elhanyagoltuk.)

Gyimesi Ferenc (Győr, Révai M. Gimn., III. o. t.) és
Sailer Kornél (Ózd, József A. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A megoldók legnagyobb része az (5) kényszeregyenletet nem írta fel jól, általában „$A = a\cos\alpha$" volt a hibás alak. Igen súlyos hibák voltak még a következők:

„A kötélerő egyenlő az mg súlyerővel."

„A rendszer gyorsulása egyenlő a mozgató erő osztva $(M+m)$-mel." (Newton II. törvénye közvetlenül csak tömegpontokra vagy merev testekre érvényes. Két, fonállal összekötött tégla egyik kategóriába sem tartozik. A mozgásegyenleteket két testre külön-külön kell felírni!)

A (3) és (4) egyenletek helyett hibásan „$S = \mu Mg$".