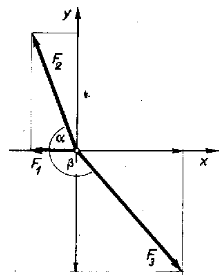
I. megoldás. A nyugalmi feltétel miatt a három erő vektori összege zérus, így bármely irányba eső komponenseik összege is az. Bontsuk fel F_2-t és F_3-at F_1 irányú és erre merőleges összetevőkre.



1. ábra

Ekkor $F_2 \sin\alpha = F_3 \sin(180^\circ - \beta)$ azaz

$$F_2 \sin\alpha = F_3 \sin\beta, \tag{1}$$

$$\text{és}\qquad F_1 + F_2\cos\alpha = F_3\cos(180^\circ - \beta), \text{azaz}$$

$$F_1 + F_2\cos\alpha = -F_3\cos\beta. \tag{2}$$

(1)-ből

$$\cos^2\beta = \frac{F_3^2 - F_2^2 \sin^2\alpha}{F_3^2},$$

(2)-t $\cos\beta$-ra rendezve és négyzetre emelve:

$$\frac{F_1^2}{F_3^2} + \frac{F_2^2}{F_3^2} + \cos^2\alpha + \frac{2F_1F_2\cos\alpha}{F_3^2} = \frac{F_3^2 - F_2^2\sin^2\alpha}{F_3^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{F_3^2 - F_2^2 - F_1^2}{2F_1F_2}.$$

Tehát:

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}\left(\frac{F_3}{F_1}\cdot\frac{F_3}{F_2} - \frac{F_1}{F_2} - \frac{F_2}{F_1}\right).$$

Hasonlóan határozhatjuk meg $\cos\beta$-t:

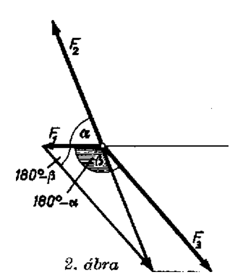
$$\cos\beta = \frac{1}{2}\left(-\frac{F_2}{F_1}\cdot\frac{F_2}{F_3} + \frac{F_3}{F_1} + \frac{F_1}{F_3}\right).$$

Ha $F_1 = 1$ kp, $F_2 = 2{,}5$ kp, $F_3 = 3$ kp, akkor

$$\alpha = 69^\circ 31', \qquad \beta = 128^\circ 40'.$$

Szolcsányi György (Bp., I. István Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Egyensúly esetén bármelyik két erő eredője a harmadikkal egyenlő nagyságú és ellentétes irányú.



2. ábra

Ha az erők arányát ismerjük, F_1-nek, F_2-nek, F_3-nak arányos értékeket adva a cosinus tétellel kiszámíthatjuk a $180^\circ - \alpha$, $180^\circ - \beta$ szögeket.

PL. $F_1^2 - F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180^\circ - \alpha) = F_3^2$,
$F_1^2 - F_2^2 - 2F_1F_2\cos\alpha = F_3^2$,

$$\cos\alpha = \frac{F_3^2 - F_2^2 - F_1^2}{2F_1F_2} \text{ stb.}$$

Petz Dénes (Bp., Veres Pálné Gimn., II. o. t.)