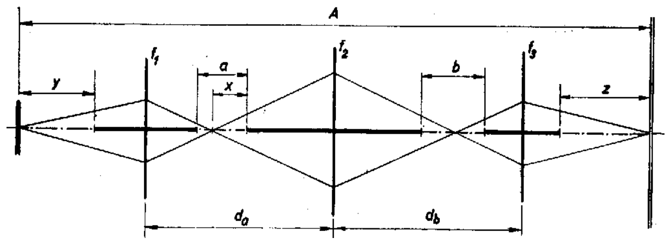
A versenyfeladat megoldásánál közölt gondolatmenetet követve megkaphatjuk a keresett összefüggéseket. A különböző fókusztávolságok miatt azonban a számítás olyan hosszadalmas, hogy célszerű jobb jelöléseket keresnünk.

Ha a $k$ és $t$ kép-, illetve tárgytávolság helyett a $k_0 = k - f$ módosított képtávolságot és a $t_0 = t - f$ módosított tárgytávolságot használjuk, akkor a lencsetörvény

(1) $$k_0 t_0 = f^2$$

egyszerű alakra hozható. Jelöljük a lencsék fókuszpontjainak távolságát $a$, illetve $b$-vel (1. ábra).




Ekkor

$$a = d_a - f_1 - f_2, \qquad b = d_b - f_2 - f_3.$$

Tekintsük változónak az első lencse által létrehozott kép és a középső lencse fókuszpontja közti $x$ távolságot!

Az első lencse módosított képtávolsága $a - x$, így (1) alapján

$$y = \frac{f_1^2}{a - x}.$$

A középső lencse módosított képtávolsága $f_2^2/x$, a harmadiké pedig

$$z = \frac{f_3^2}{b - \dfrac{f_2^2}{x}}.$$

A leképezés akkor lesz minden lencseállásnál éles, ha az

(2) $$A = a + b + 2(f_1 + f_2 + f_3) + y + z$$

kifejezés értéke független $x$-től. Ez akkor teljesül, ha az

$$y + z = \frac{f_1^2}{a - x} + \frac{f_3^2 x}{bx - f_2^2} = \frac{f_3^2 x^2 - (f_1^2 b + f_3^2 a)x + f_1^2 f_2^2}{bx^2 - (ab + f_2^2)x + a f_2^2}$$

kifejezés állandó. Ennek feltétele, hogy a számláló többszöröse legyen a nevezőnek, vagyis $x$ megfelelő hatványainak együtthatói aránypárt alkossanak.

$$\frac{f_1^2 f_2^2}{a f_2^2} = \frac{f_3^2}{b}, \qquad \text{ahonnan} \qquad \frac{a}{b} = \frac{f_1^2}{f_3^2}.$$

$$\frac{f_1^2 b + f_3^2 a}{ab + f_2^2} = \frac{f_3^2}{b}, \qquad \text{rendezve} \qquad b^2 = \left(\frac{f_2 f_2}{f_1}\right)^2.$$

Ha a fókusztávolságokat adottnak tekintjük, akkor az egyenletrendszert megoldhatjuk $a$-ra és $b$-re:

$$a = \pm\frac{f_1 f_2}{f_3}, \qquad b = \pm\frac{f_2 f_3}{f_1}.$$

Behelyettesítve (2)-be és felhasználva, hogy $y + z = \pm\dfrac{f_3 f_1}{f_2}$,

$$A = 2(f_1 + f_2 + f_3) \pm \left(\frac{f_1 f_2}{f_3} + \frac{f_2 f_3}{f_1} + \frac{f_3 f_1}{f_2}\right).$$

A pozitív vagy negatív előjelnek megfelelően két megoldásrendszert kaptunk. A versenyfeladatban szereplő speciális esethez hasonlóan a kép és a tárgy a lencserendszer helyzetétől függetlenül azonos nagyságú; a kép állása pozitív előjelnél egyenes, negatív előjelnél fordított. A rendszer teleszkopikus. A megoldásnak csak olyan $f_1$, $f_2$ és $f_3$ értékek mellett van értelme, melyeknél $d_a$, $d_b$ és $A$ pozitív mennyiségnek adódik.

*Bajmóczy Ervin* (Bp., Fazekas M. Gimn., II. o. t.)