Az asztallap és az eldobott golyó között sebességkülönbség van. Mivel a golyó súlya nyomja az asztalt, súrlódási erő lép fel. Ez mindaddig fennáll, amíg a golyónak az asztallal érintkező pontja és az asztal között sebességkülönbség van. Amikor ez megszűnik, akkor $r \cdot \omega = v$, ahol r a golyó sugara, ω a szögsebesség és v a súlypont sebessége (tiszta csúszásmentes gördülés).

A fellépő súrlódási erő nagysága $S = \mu mg$, ennek forgatónyomatéka $M = \mu mgr$. A merev test mozgásának alapegyenleteit felírjuk, felhasználva, hogy a tömör homogén golyó tehetetlenségi nyomatéka $(2/5)mr^2$:

$$a = S/m = \mu g; \quad v = v_0 - at; \quad s = v_0 t - (a/2)t^2;$$
$$\beta = \frac{M}{I} = \frac{\mu mgr}{(2/5)mr^2} = (5/2)\mu g/r; \qquad \omega = \beta t.$$

A tiszta gördülés beálltának pillanatában $r \cdot \omega = v$, azaz a fentiekből

$$t_1 = \frac{v_0}{a + r\beta} = \frac{2}{7}\,\frac{v_0}{\mu g}.$$

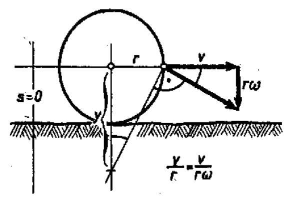
Ekkor a sebesség

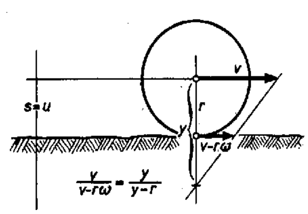
$$v_1 = v_0\,\frac{r\beta}{a + r\beta} = (5/7)\,v_0,$$

és az eddig megtett út

$$s_1 = \frac{12}{49}\,\frac{v_0^2}{\mu g}.$$

A pillanatnyi forgástengely biztosan rajta lesz a súlyponton átmenő, az asztallapra merőleges egyenesen, hiszen a súlypont sebessége párhuzamos az asztallappal. A pillanatnyi forgástengelynek a súlyponttól való távolságát az ábrákon látható módok egyikével célszerű kiszámítani.





$$\frac{y}{r} = \frac{v}{r\omega}, \qquad \text{ill.} \qquad \frac{v}{v - r\omega} = \frac{y}{y - r}.$$

Így $y = v/\omega = (v_0 - at)/(\beta t) = \dfrac{2r}{5}\left[\dfrac{v_0}{\mu g}\dfrac{1}{t} - 1\right]$.

Ezzel megkaptuk a pillanatnyi forgástengely helyének időfüggését: a súlypont $t = 0$-beli helyétől $t = t_1$-ig

vízszintes irányban $s = v_0 t - at^2/2$,

függőleges irányban $y = \dfrac{2rv_0}{5\mu g}\dfrac{1}{t} - \dfrac{2r}{5}$

(lefelé az asztallap alatt van). E fenti két egyenlet t-ben egy paraméteres egyenletrendszer, amiből a paramétert kiküszöbölhetjük, és akkor megkapjuk a pillanatnyi forgástengely helyének (pontosabban a súlyponttól való távolságának) a megtett úttól való függését. Ez

$$y(s) = \left[\frac{1}{1 - \sqrt{1 - \dfrac{2\mu g}{v_0^2}s}} - 1\right]\frac{2r}{5},$$

$t > t_1$-re pedig $s = s_1 + v_1(t - t_1)$; $y = r$.

Csörgő László (Jászberény, Kállai É. Gimn., III. o. t.)
Tóth József (Ózd, József A. Gimn., III. o. t.)