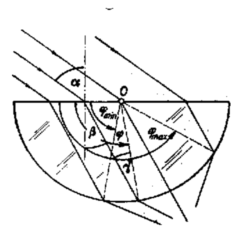
Az üveghengerre jutó fénysugár α beesési szög alatt éri el az üveg sík felületét. A Snellius – Descartes-törvény alapján a megtört fénysugár beesési merőlegeshez viszonyított szögét, β-t a

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

összefüggés határozza meg.

Ha a hengerpalást belső felületére érkező fénysugár a teljes visszaverődés határszögénél (ε) nagyobb szöggel érkezik, akkor a fénysugár az üvegből nem lép ki, hanem teljes visszaverődést szenved. A teljes visszaverődés határszögét a $\sin\varepsilon = 1/n$ határozza meg.



Jellemezzük a vizsgált fénysugarat az ábrán feltüntetett φ szöggel, akkor a háromszög belső és külső szögei közötti összefüggés alapján a hengerpaláston a γ beesési szög

$$\gamma = 90^\circ + \beta - \varphi.$$

Akkor nincs teljes visszaverődés, ha a

$$-\varepsilon < \gamma < \varepsilon$$

egyenlőtlenség teljesül, tehát, ha

$$-\varepsilon < 90^\circ + \beta - \varphi < \varepsilon.$$

Az egyenlőtlenség mindegyik részéből ugyanannyit levonunk, ekkor az összefüggés igaz marad:

$$-90^\circ - \beta - \varepsilon < -\varphi < -90^\circ - \beta + \varepsilon.$$

Ha két mennyiség között egyenlőtlenség áll fenn, akkor (-1)-szeresük között az egyenlőtlenség fordítva igaz, tehát

$$90^\circ + \beta + \varepsilon > \varphi > 90^\circ + \beta - \varepsilon,$$

vagyis

$$90^\circ + \beta - \varepsilon < \varphi < 90^\circ + \beta + \varepsilon.$$

Nevezzük $\varphi_{\min}$-nak és $\varphi_{\max}$-nak a két szélső fénysugár szögét, amelyből éppen hogy nem megy át fénysugár a paláston, akkor

$$\varphi_{\min} = 90^\circ + \beta - \varepsilon,$$
$$\varphi_{\max} = 90^\circ + \beta + \varepsilon.$$

$$\frac{\varphi_{\min} + \varphi_{\max}}{2} = 90^\circ + \beta,$$

tehát az 0 ponton áthaladó fénysugárra szimmetrikus a palást azon tartománya, amelyen fénysugarak lépnek ki. Az előbb említett tartomány hossza

$$\varphi_{\max} - \varphi_{\min} = 2\varepsilon,$$

feltéve, hogy a két határszög $\varphi_{\max}$ és $\varphi_{\min}$ még a paláston van, vagyis hogy

$$0^\circ < \varphi_{\min} < \varphi_{max} < 180^\circ.$$

Hegyi György (Kalocsa, I. István Gimn., III. o. t.)