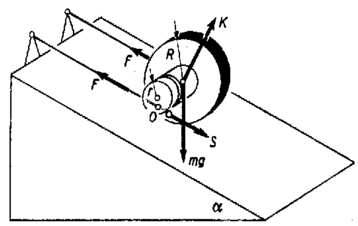
Először vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a fonalak a tengelyt az alsó pontján hagyják el. A tengelynek az a pontja (O pont), ahol a fonál elhagyja a tengelyt, a kényszerfeltétel miatt nem képes mozogni, tehát ez a pillanatnyi forgástengely. Ebből látszik, hogy a test lefelé irányuló mozgásánál a lejtőt érintő pontja a lejtőn felfelé mozog, tehát a mozgást fékező súrlódási erő, S a lejtőn lefelé irányul.



Legyen a henger tehetetlenségi nyomatéka a súlypontjára vonatkoztatva I. Steiner tételéből következik, hogy a tehetetlenségi nyomaték az O pontra vonatkoztatva $I + mr^2$.

A hengerre a két kötél $2F$, a lejtő a lejtőre merőlegesen K, a lejtővel párhuzamosan S súrlódó erővel, végül a gravitáció mg erővel hat. Ezen erők irányát az ábrán tüntettük fel. Felírjuk a Newton egyenleteket a lejtővel párhuzamos és rá merőleges koordinátákkal, továbbá a forgómozgás egyenletét. Legyen a test súlypontjának gyorsulása a, és a szöggyorsulása β, akkor

$$ma = mg\sin\alpha + S - 2F;$$
$$0 = mg\cos\alpha - K;$$
$$(I + mr^2)\beta = mgr\sin\alpha - S(R - r).$$

A szöggyorsulás nem függ attól, hogy milyen vonatkoztatási ponthoz viszonyítjuk, tehát ez az értéke a súlypontra vonatkozólag is.

Vizsgáljuk meg, mi a feltétele annak, hogy a rendszer állva maradjon. Ekkor $a = 0$, és $\beta = 0$. A 3. egyenletből következik, hogy

$$S = \frac{mgr\sin\alpha}{R - r}.$$

A 2. egyenletből a nyomóerőre kapjuk, hogy

$$K = mg\cos\alpha.$$

Az egyensúlyhoz az szükséges, hogy $S \leqq \mu K$ teljesüljön. A rendszer tehát akkor nem lehet nyugalomban, ha

$$\mu mg\cos\alpha < mg\frac{r}{R - r}\sin\alpha; \quad \text{így a}$$
$$\mu < \frac{r}{R - r}\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

egyenlőtlenség adja meg az indulás feltételét.

Végezzük el a számolást, ha a rendszer gyorsul. Ekkor a súrlódási erő $K\mu$, és a kötél által létesített kényszer miatt $r\beta = a$. Így a szöggyorsulás az előbbiekhez hasonló meggondolások alapján

$$\beta = \frac{mg\big[r\sin\alpha - \mu(R - r)\cos\alpha\big]}{I + mr^2},$$

és a gyorsulás

$$a = \frac{mgr\big[r\sin\alpha - \mu(R - r)\cos\alpha\big]}{I + mr^2}.$$

Az egyenletekből kiszámítva a ($2F$) kötélerőt:

$$F = \frac{mg}{2}\left[\sin\alpha + \mu\cos\alpha - \frac{mr\big[r\sin\alpha - \mu(R - r)\cos\alpha\big]}{I + mr^2}\right]$$

adódik.

Ha a tengely felső végéhez van rögzítve a kötél, akkor a kiindulási egyenletek hasonlóak, de figyelembe kell venni, hogy a súrlódási erő a lejtőn felfelé irányul:

$$ma = mg\sin\alpha - S - F;$$
$$0 = mg\cos\alpha - K;$$
$$\big(I + mr^2\big)\beta = -mgr\sin\alpha + S(R + r).$$

Így az előbbihez hasonlóan a megindulás feltétele

$$\mu < \frac{r}{R+r}\operatorname{tg}\alpha,$$

és a gyorsulás, a szöggyorsulás, ill. a kötélerő

$$a = \frac{mgr\big[r\sin\alpha - \mu(R+r)\cos\alpha\big]}{I+mr^2},$$

$$\beta = -\frac{mg\big[r\sin\alpha - \mu(R+r)\cos\alpha\big]}{I+mr^2},$$

$$F = \frac{mg}{2}\left[\sin\alpha - \mu\cos\alpha - \frac{mr\big[r\sin\alpha - \mu(R+r)\cos\alpha\big]}{I+mr^2}\right].$$

Háy György (Budapest, Eötvös J. G., IV. o. t.)