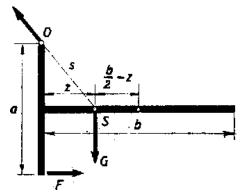
A testre a következő erők hatnak: az F erő, a súlypontban a súlyerő (G) és az O pontban a reakcióerő (1. ábra).



1. ábra

Írjuk fel a forgatónyomatékok egyensúlyát az O pontra vonatkoztatva:

$$G \cdot z - F \cdot a = 0,$$

(a reakcióerő forgatónyomatéka nulla). z-vel jelöltük a gerendák találkozási pontjának és a súlypontnak a távolságát. Kiszámításához meg kell adnunk a két gerenda súlyát külön-külön. Ha feltételezzük, hogy a gerendák homogének, akkor a gerendák súlya arányos a hosszúságukkal:

$$G_1 = G \cdot \frac{a}{a+b}, \qquad G_2 = G\,\frac{b}{a+b}$$

(G_1 az a, G_2 a b hosszúságú gerenda súlya). Behelyettesítve

$$G_1 = 12\ \text{kp} \approx 120\ \text{N}, \qquad G_2 = 18\ \text{kp} \approx 180\ \text{N}.$$

Így a z érték a

$$zG_1 = \left(\frac{b}{2} - z\right) G_2$$

egyenletből $z = 1{,}8$ m. Behelyettesítve az (1) egyenletbe

$$F = G\,\frac{z}{a} = 13{,}5\ \text{kp}.$$

A szerkezet lengésidejéhez (fizikai inga) ismernünk kell a súlypont és az O pont távolságát:

$$s = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + z^2} = 2{,}69\ \text{m},$$

és a tehetetlenségi nyomatékot (I).

A szerkezet tehetetlenségi nyomatéka a két gerenda tehetetlenségi nyomatékának összege

$$I = I_1 + I_2.$$

Az ismert összefüggés szerint ($g \approx 10\ \text{m/s}^2$)

$$I_1 = \frac{1}{3}\,\frac{G_1}{g}\,a^2 = 64\ \text{kgm}^2$$

$$I_2 = \frac{1}{12}\,\frac{G_2}{g}\,b^2 + \frac{G_2}{g}\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2\right] = 288\ \text{kgm}^2.$$

(A Steiner-tételt l. K. M. L. XXIX. köt. 225. old., 31. köt. 225. old.)
Így

$$I = 352\ \text{kgm}^2.$$

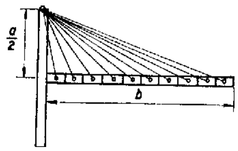
A lengésidő tehát kis kitérések esetén

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{gs}} = 4{,}19\ \text{s}.$$

Simon Judit (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A tehetetlenségi nyomatékot kielégítő pontossággal a Steiner tétel ismerete nélkül, közelítőleg is meghatározhatjuk.

Osszük fel a b hosszúságú gerendát 10 egyenlő súlyú részre a 2. ábrán látható módon, és mindegyik rész tömegét gondolatban egyesítsük a súlypontjában.



2. ábra

Definíció szerint

$$I_2=\frac{G_2}{10g}\left[\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(0{,}3\text{ m})^2\right)+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(0{,}9\text{ m})^2\right)+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(1{,}5\text{ m})^2\right)+\right.$$
$$+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(2,1\text{ m})^2\right)+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(2{,}7\text{ m})^2\right)+\left(\left(\frac{\mathrm{a}}{a}\right)^2+(3{,}3\text{ m})^2\right)+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(3{,}9\text{ m})^2\right)+$$
$$\left.+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(4{,}5\text{ m})^2\right)+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(5{,}1\text{ m})^2\right)+\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+(5{,}7\text{ m})^2\right)\right]=287{,}6\text{ kgm}^2.$$

(Eredményünk jó közelítéssel egyezik a Steiner-tétellel kapott eredménnyel.) Innen azonos periódus-idő adódik.

Kormos Dénes (Eger, Dobó I. Gimn., IV. o. t.)