I. megoldás. A lejtőn a testre ható súrlódási erő $\mu mg\cos\alpha$, így a súrlódás ellen végzett munka $\mu mg\cos\alpha\cdot s$. A mechanikai energia csökkenése egyenlő a súrlódás ellen végzett munkával:

$$(1/2)mv_0^2-(1/2)mv_1^2-mg(s_1+s_2)\sin\alpha=(\mu_1 s_1+\mu_2 s_2)mg\cos\alpha.$$

Mivel $\sin\alpha=h/l$, $\cos\alpha=\sqrt{l^2-h^2}/l$-lel, az utolsó szakaszra lépés sebessége:

$$v_1=\sqrt{v_0^2-\frac{2g}{l}\big[(s_1+s_2)h+(\mu_1 s_1+\mu_2 s_2)\sqrt{l^2-h^2}\big]}.$$

Ha ezen a test s_3 út megtétele után megáll, akkor

$$(1/2)mv_1^2-mgs_3\sin\alpha=mg\mu_1 s_3\cos\alpha,\qquad \text{s innen}$$
$$s_3=\frac{v_1^2}{2g(\sin\alpha+\mu_1\cos\alpha)}=\frac{lv_1^2}{2g(h+\mu_1\sqrt{l^2-h^2})}.$$

Ha $s_3>l-(s_1+s_2)$, akkor a test elhagyja a lejtőt. Numerikus adataink esetén ez következik be, ui.

$$v_1=6{,}7\ \mathrm{ms}^{-1},\quad s_3\approx 7\ \text{m-t kapunk.}$$

A lejtőről lerepülve a test ferde hajítást szenved, s a földbe való becsapódásakor helyzeti energiája ugyanaz, mint a lejtőn való indításkor, így mozgási energiája csak a súrlódási munkával csökken:

$$(1/2)mv_0^2-(1/2)mv_1^2=\big[(l-s_2)\mu_1+s_2\mu_2\big]mg\cos\alpha,$$

ahonnan

$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}\text{-lel a földetérés sebessége:}$$

$$v=\sqrt{v_0^2-\frac{2g\sqrt{l^2-h^2}}{l}\big[\mu_1(l-s_2)+\mu_2 s_2\big]},$$

adatainkkal $v\approx 6{,}8\ \mathrm{m/s}^{-1}$.

Pongrácz Ferenc (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Megoldható a feladat az energiamegmaradás elvének felhasználása nélkül is. A lejtőn felfelé mozgó test (negatív) gyorsulása: $a=-g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$, így az egyes szakaszokra:

$$v_0t_1-g(\sin\alpha+\mu_1\cos\alpha)t_1^2/2=s_1,\quad v_1=v_0-g(\sin\alpha+\mu_1\cos\alpha)t_1,$$
$$v_1t_2-g(\sin\alpha+\mu_2\cos\alpha)t_2^2/2=s_2,\quad v_2=v_1-g(\sin\alpha+\mu_2\cos\alpha)t_2,$$
$$v_2t_3-g(\sin\alpha+\mu_1\cos\alpha)t_3^2/2=l-(s_1+s_2),\quad v_3=v_2-g(\sin\alpha+\mu_1\cos\alpha)t_3.$$

Ezek az egyenletek sorra megoldhatók, s adatainkkal:

$$v_2\approx 6{,}7\ \mathrm{m/s}^{-1},\quad v_3\approx 6{,}5\ \mathrm{m/s}^{-1}.$$

A test a lejtőről lerepülve $v_3\sin\alpha$, $v_3\cos\alpha$ sebességösszetevőkkel ferde hajítást szenved, melyre $v_3\sin\alpha t_4-(1/2)gt_4^2=h$ és a becsapódási sebesség függőleges összetevője $v_4=v_3\sin\alpha-gt_4$, a teljes sebesség pedig: $v=\sqrt{(v_3\cos\alpha)^2+v_4^2}$, adatainkkal $v\approx 6{,}8\ \mathrm{m/s}^{-1}$.

Terlaky Edit (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. A megoldások összevetéséből látható, hogy az energiamegmaradás elvének felhasználása mennyit egyszerűsít a problémán.

2. Sokan tévesen a lejtőn való mozgásnál a $v=\sqrt{2as}$, mások a hajításnál a $h=gt^2/2$ képletet használták, nem törődve azzal, hogy ezek csak zérus kezdősebesség esetén érvényesek.

3. Sok versenyző nem vette tudomásul, hogy a numerikus adatok azért vannak megadva, hogy az eredményt azokkal is kiszámítsák. Ez már csak azért is fontos, mert az adatoktól függően különböző lefolyású lehet a mozgás. Az ilyen mulasztás pontveszteséget jelent.