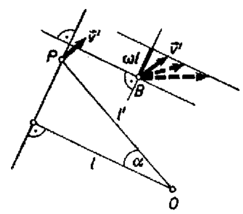
I. megoldás. A pillanatnyi forgástengelyből húzzunk merőlegest a rúdra vagy annak meghosszabbítására. Legyen ezen szakasz hossza l. A rúd egy tetszőleges P pontjának a forgáscentrumtól való távolsága $l' = l/\cos\alpha$, ahol α az l és l' hosszúságú szakaszok által bezárt szög.



1. ábra

Legyen a pillanatnyi szögsebesség ω. A P pont sebessége merőleges lesz az l' szakaszra, és nagysága

$$v' = \omega l' = \omega \cdot l/\cos\alpha.$$

A sebességvektor rúdirányú komponense

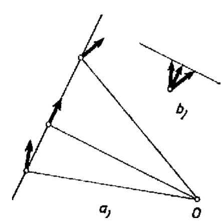
$$v_r = v' \cdot \cos\alpha = \omega \cdot l,$$

független a P pont helyétől.

Mérjük fel a sebességvektorokat egy B pontból kiindulva. Mivel mindegyik sebességvektor rúdirányú vetülete azonos $(\omega \cdot l)$, a vektorok végpontjai a rúdra merőleges egyenesen fekszenek.

Peti Erzsébet (Budapest, Radnóti M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

II.megoldás. A pillanatnyi forgástengelyből a test két pontjához húzott egyenesek ugyanolyan szöget zárnak be, mint a két pont sebessége (merőleges szárú szögek). A távolságok aránya pedig megegyezik a hozzájuk tartozó sebességvektorok arányával. Ez azt jelenti, hogy a $2a$ és $2b$ ábra hasonló alakzatokat ábrázol, melyek egymáshoz képest 90°-kal el vannak forgatva.



2. ábra

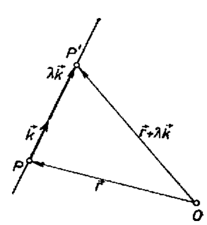
Így megkaptuk az I. megoldás eredményét.

Thurnher Kálmán (Budapest, Radnóti M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

III.megoldás. A merev rúd mozgása folyamán bármely két pontjának távolsága azonos marad, így a két pont rúdirányú sebességeinek is azonosnak kell lennie. Innen a megoldás azonos az I. megoldással.

Szamosújvári Sándor (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o. t.)

IV. megoldás. Legyen a rúd egyik P pontjához a pillanatnyi forgáscentrumból húzott vektor $\vec{r}$, és legyen $\vec{k}$ a rúddal párhuzamos vektor.



3. ábra

Ekkor egy tetszőleges P' pont helyvektorát

$$\vec{r'} = \vec{r} + \lambda\vec{k}$$

alakban írhatjuk fel (λ paraméter).

Dózsa Márton cikke (K. M. L. 33. kötet, 159. oldal) alapján a P' pont sebessége

$$\vec{v'} = \vec{r'} \times \vec{\omega} = (\vec{r} + \lambda\vec{k}) \times \vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{\omega} + \lambda \cdot \vec{k} \times \vec{\omega}.$$

Tekintve, hogy az $\vec{r} \times \vec{\omega}$ és a $\vec{k} \times \vec{\omega}$ vektorok állandóak, a fenti egyenlet egy egyenes paraméteres vektoregyenlete – az állítást bebizonyítottuk.

Szamosújvári Sándor (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A megoldásokban hallgatólagosan feltételeztük, hogy a pillanatnyi forgástengelyre merőleges síkban van a rúd. A tétel általánosan is érvényes, bizonyítása nem különbözik lényegesen a fentiektől.

Kovács Ferenc (Nagykanizsa, Landler J. g., III. o. t.)