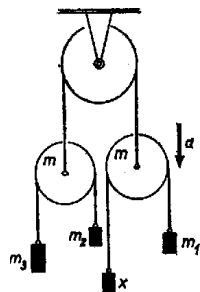


Oldjuk meg a feladatot általánosan! Jelöljük a tömegeket az ábra szerint m_1 , m_2 , m_3 , m és x -szel, a csigák gyorsulását a -val!



1. ábra

Határozzuk meg a kötélerőket! Ha a mozgó csigához képest az m_1 és x tömegű testek A gyorsulással mozognak, akkor a három testre a következő mozgásegyenletek írhatók fel:

$$\begin{aligned} (1) \quad & m_1 g - K_1 = m_1(a + A), \\ (2) \quad & x g - K_1 = x(a - A), \\ (3) \quad & m g + 2K_1 - K_2 = m a. \end{aligned}$$

(1) és (2)-t x -szel, illetve m_1 -gyel szorozva és összeadva kapjuk, hogy

$$2m_1 x g - x K_1 - m_1 K_1 = 2m_1 x a, \quad \text{ahonnan}$$

$$(4) \quad K_1 = \frac{2m_1 x}{m_1 + x}(g - a).$$

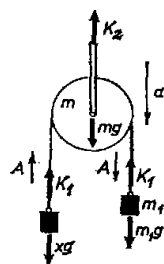
Ezt (3)-ba behelyettesítve és K_2 -t kifejezve:

$$(5) \quad K_2 = \frac{4m_1 x}{m_1 + x}(g - a) + m(g - a).$$

Teljesen hasonlóan határozhatjuk meg a másik mozgócsigánál fellépő kötélerőt, csak ott a ellentétes irányú:

$$K'_2 = \frac{4m_2 m_3}{m_2 + m_3}(g + a) + m(g + a).$$

Ugyanazon kótel két végén a kötélerő megegyezik, tehát $K_2 = K'_2$.



2. ábra

Részletesen kiírva

$$(6) \quad \frac{4m_1 x}{m_1 + x}(g - a) + m(g - a) = \frac{4m_2 m_3}{m_2 + m_3}(g + a) + m(g + a).$$

Az egyenletet x -re megoldva a következő kifejezést kapjuk:

$$(7) \quad x = \frac{2m_1 m_2 m_3 g + (2m_1 m_2 m_3 + m m_1 m_2 + m m_1 m_3)a}{2(m_1 m_2 + m_1 m_3 - m_2 m_3)g - (2m_2 m_3 + m m_2 + m m_3 + 2m_1 m_2 + 2m_1 m_3)a}.$$

Ezek után mindhárom kérdésre válaszolhatunk.

a) Ha a csigák nem mozognak ($a = 0$), akkor

$$(8) \quad x = \frac{m_1 m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 - m_2 m_3}.$$

Behelyettesítve az $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ és $m_3 = 3m$ értékeket, $x = -6m$ eredményt kapjunk. Ez fizikailag nem reális, mivel tömeg csak pozitív lehet.

c) x -re akkor kapunk pozitív értéket, ha (8)-ban a nevező pozitív, vagyis ha $m_1m_2 + m_1m_3 - m_2m_3 > 0$. Átrendezéssel $\frac{1}{m_1} < \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}$. Ez a feltétel a) esetben nem teljesült.

b) Ha (7)-be beírjuk a megfelelő tömegértékeket, akkor

$$(9) \quad x = \frac{-12g - 17a}{2g + 27a}m \quad \text{értéket kapunk.}$$

Ezzel $a = 1 \text{ m/s}^2$ mellett negatív. A feladat szövegében nem szerepel a gyorsulás iránya, így a lehet -1 m/s^2 is. Ekkor $x = 13,6 \text{ m}$.

Hordósy Gábor (Győr, Czuczor G. Gimn., III. o. t.) és
Láz József (Bp., Eötvös J. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A megoldásnál nem vettük figyelembe a csigák forgását.

Gyimesi Ferenc (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.)