

**I. megoldás.** Feltételezzük, hogy a fában mozgó golyóra állandó erő hat, azaz a golyó egyenletesen lassul. Ekkor  $v_0$  sebességgel történő belövés esetén a golyó lassulása puhafában  $a_p = v_0^2/(2s_p)$ , keményfában pedig  $a_k = v_0^2/(2s_k)$ , ahol  $s_p$ , és  $s_k$  a puha- és a keményfába való behatolás mélysége. Ha  $d = s_p$ , és  $d = s_k$  vastagságú puha- és keményfából a feladat szerint deszkát készítünk, akkor ugyanakkora  $v_0$  belövési sebesség mellett a golyó át fog haladni a deszka első rétegén, akármelyik oldalról is lőjük azt be, de a végsebesség a két esetben különböző lesz. Felhasználva az egyenletesen lassuló mozgás  $v^2 = v_0^2 - 2as$  sebesség-út összefüggését, a puhafából való kilépés sebességének négyzete

$$v_p^2 = v_0^2 - 2a_p d = v_0^2(1 - d/s_p),$$

hasonlóan a keményfára

$$v_k^2 = v_0^2(1 - d/s_k).$$

A második rétegben való elakadás mélysége pedig

$$s_k = v_p^2/2a_k = s_k(1 - d/s_p),$$

ill.

$$s_p = v_k^2/2a_p = s_p(1 - d/s_k).$$

A megadott számértékekkel  $s_k = 1$  cm és  $s_p = 0,75$  cm, azaz, ha elől puhafa van, akkor a golyó 2,5 cm-es út, ha elől keményfa van, akkor 2,25 cm-es út után akad el. Látható, hogy a megoldás során  $v_0$  számértékét nem használtuk ki, csak azt, hogy mindig ugyanakkora sebességű golyóval lőttünk.

*Mihály György (Bp., Kölcsey F. g. II. o. t.)*

**II. megoldás.** Az energiátételt felhasználva a megoldást egyszerűen kapjuk meg. A fában a golyó energiavesztése arányos a fában megtett útjával, hiszen állandó erő hat rá. Keményfában a golyó teljes energiáját 2 cm-es úton vesztené el, ezért az 1,5 cm-es keményfarétegen áthatolva energiájának  $1,5/2 = 3/4$  részét veszti el; a maradék  $1/4$  rész pedig a puhafában 3 cm  $\cdot 1/4$  út megtételéhez elegendő. Így tehát ha a golyó a keményfa oldaláról hatol a deszkába,  $(1,5 + 0,75)$  cm = 2,25 cm mélyre jut.

Ha viszont a golyót az ellenkező oldalról lőjük a deszkába, a 1,5 cm-es puhafán áthatolva energiájának felét veszíti el, így a keményfában még 1 cm utat tud megtenni, azaz 2,5 cm mélyre hatol be.

*Gyulai Éva (Baja, III. Béla g. II. o. t.)*

**III. megoldás.** A fékező gyorsulásra a puhafában  $480 = \sqrt{2a_k \cdot 2}$ ,  $a_k = 57\,600$  m/s<sup>2</sup>, puhafában  $480 = \sqrt{2a_p \cdot 3}$ ,  $a_p = 38\,400$  m/s<sup>2</sup>. Egyenletesen lassuló mozgásnál a sebességet kiszámíthatjuk az útból, ha a  $v = c - at$  és  $s = ct - at^2/2$  képletekből kiküszöböljük  $t$ -t:  $v = \sqrt{c^2 - 2as}$ .

*Ha elől van a keményfa,* akkor a végsebesség a keményfarétegből kilépve:

$$v = \sqrt{480^2 - 2 \cdot 57\,600 \cdot 1,5} \text{ m/s} = 240 \text{ m/s},$$

ezen út ideje  $(480 - 240) \text{ s} : 57\,600 = 4,16 \cdot 10^{-3}$  s. Utána a puhafában megtett út ideje  $240 \text{ s} : 38\,400 = 6,25 \cdot 10^{-3}$  s és az út a puhafában:

$$s = 240 \cdot 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ cm} - 19\,200 \cdot (6,25 \cdot 10^{-3})^2 \text{ cm} = 0,75 \text{ cm}.$$

A golyó tehát megáll a puhafaréteg közepén. Az egész mozgás ideje  $10,41 \cdot 10^{-3}$  s.

*Ha elől van a puhafa,* akkor a végsebesség a puhafarétegből kilépve:

$$v = \sqrt{480^2 - 2 \cdot 38\,400 \cdot 1,5} \text{ m/s} = 339 \text{ m/s},$$

ezen út ideje  $(480 - 339) \text{ s} : 38\,400 = 3,67 \cdot 10^{-3}$  s. Utána a keményfában megtett út ideje:

$$339 \text{ s} : 57\,600 = 5,89 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

és az út a puhafában:

$$s = 339 \cdot 5,89 \cdot 10^{-3} \text{ cm} - 28\,800 \cdot (5,89 \cdot 10^{-3})^2 \text{ cm} = 1 \text{ cm}.$$

Tehát a golyó megáll a keményfaréteg 2/3-ában. Az egész mozgás ideje  $9,56 \cdot 10^{-3}$  s.

Ebben az esetben a golyó időben számítva kicsit előbb, útban számítva kicsit később áll meg.

*Veress Balázs (Székesfehérvár, József A. g. II. o. t.)*

*Megjegyzés.* A mechanikai energiamegmaradás törvénye alapján két tény válik világossá. Ha olyan nagy lett volna a golyó sebessége (több, mint 537 m/s), hogy átrepül a kettős deszkán, akkor ugyanakkora sebességgel repül tovább, akármelyik oldalról jön is. Továbbá lehetetlen olyan eset, hogy az egyik oldalról érkező golyó átüsse a kettős faréteget, fordított irányú lövésnél viszont megakadjon benne.